

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h53

EXERCICE 3 : 5 points

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Viscosimètre à chute de bille

Q1.

$$\vec{f} = -\alpha \times \eta_c \times v \times \vec{k}$$

La norme de la force de frottement est :

$$f = \alpha \times \eta_c \times v$$

Remarque : le signe moins indique un sens opposé au vecteur $\vec{k}$.

$$\alpha \times \eta_c \times v = f$$

$$\eta_c = \frac{f}{\alpha \times v}$$

$$[\eta_c] = \frac{[f]}{[\alpha] \times [v]}$$

$$[\eta_c] = \frac{N}{m \times m \cdot s^{-1}}$$

$$[\eta_c] = \frac{N}{m^2 \times s^{-1}}$$

$$[\eta_c] = N \cdot m^{-2} \cdot s^1$$

Ainsi, la viscosité η_c s'exprime en $N \cdot m^{-2} \cdot s$.

Q2.

$$\vec{f} = -\alpha \times \eta_c \times v \times \vec{k}$$

La norme de la force de frottement est :

$$f = \alpha \times \eta_c \times v$$

La force de frottement est proportionnelle à la valeur de la vitesse.

Ainsi, quand la valeur de la vitesse de la bille augmente, la force de frottement augmente.

Q3.

Lorsque la vitesse limite est atteinte, le mouvement de la bille devient rectiligne uniforme. D'après

le principe d'inertie : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

Les forces se compensent.

$$\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}$$

Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ est verticale dirigée vers le bas

La poussée d'Archimède $\vec{P}_A = -\rho_h \times V_b \times g \times \vec{k}$ est verticale dirigée vers le haut (opposé au vecteur $\vec{k}$)

La force de frottement $\vec{f} = -\alpha \times \eta_c \times v \times \vec{k}$ est verticale dirigée vers le haut (opposé au vecteur $\vec{k}$)

Ainsi, la norme de la poussée d'Archimède et de la force de frottement est égale à la norme du poids.



Q4.

Lorsque la vitesse limite est atteinte, le mouvement de la bille devient rectiligne uniforme. D'après le principe d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = \vec{0}$$

$\vec{P}_A$ et $\vec{f}$ sont orienté vers le haut, dans le sens opposé à l'axe z.

Projetons sur l'axe z :

$$P - P_A - f = 0$$

$$mg - \rho_h \times V_b \times g - \alpha \times \eta_C \times v_{lim} = 0$$

$$-\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = -mg + \rho_h \times V_b \times g$$

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = mg - \rho_h \times V_b \times g$$

Or

$$\rho_b = \frac{m}{V_b}$$

$$\frac{m}{V_b} = \rho_b$$

$$m = \rho_b \times V_b$$

D'où

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = \rho_b \times V_b \times g - \rho_h \times V_b \times g$$

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = V_b \times g \times (\rho_b - \rho_h)$$

Or

$$V_b = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

D'où

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \times g \times (\rho_b - \rho_h)$$

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = \frac{4 \times \pi \times r^3 \times g \times (\rho_b - \rho_h)}{3}$$

Q5.

$$\alpha \times \eta_C \times v_{lim} = \frac{4 \times \pi \times r^3 \times g \times (\rho_b - \rho_h)}{3}$$

$$\eta_C = \frac{4 \times \pi \times r^3 \times g \times (\rho_b - \rho_h)}{3 \times \alpha \times v_{lim}}$$

$$\eta_C = \frac{4 \times \pi \times (0,993 \times 10^{-3})^3 \times 9,81 \times (1,06 \times 10^3 - 8,31 \times 10^2)}{3 \times 1,92 \times 10^{-2} \times 5,37 \times 10^{-3}}$$

$$\eta_C = 8,94 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^1$$

Q6.

Pour conclure si la valeur de la viscosité η_c obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur de référence, on calcule le quotient :

$$\frac{|\eta_c - \eta_{ref}|}{u(\eta_c)} = \frac{|8,94 \times 10^{-2} - 0,093|}{0,003}$$

$$\frac{|\eta_c - \eta_{ref}|}{u(\eta_c)} = 1,2$$

$$\frac{|\eta_c - \eta_{ref}|}{u(\eta_c)} < 2$$

Ainsi, la valeur de la viscosité η_c obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur de référence.

Q7.

Système {bille}

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = m\vec{a}$$

$\vec{P}_A$ et $\vec{f}$ sont orientés vers le haut, dans le sens opposé à l'axe z.

Projetons sur l'axe z :

$$P - P_A - f = ma$$

$$mg - \rho_h \times V_b \times g - \alpha \times \eta_c \times v = ma$$

$$ma = mg - \rho_h \times V_b \times g - \alpha \times \eta_c \times v$$

$$a = \frac{mg}{m} - \frac{\rho_h \times V_b \times g}{m} - \frac{\alpha \times \eta_c \times v}{m}$$

$$a = g - \frac{\rho_h \times V_b \times g}{m} - \frac{\alpha \times \eta_c}{m} \times v$$

$$a = g \left(1 - \frac{\rho_h \times V_b}{m} \right) - \frac{\alpha \times \eta_c}{m} \times v$$

Q8.

$$a = g \left(1 - \frac{\rho_h \times V_b}{m} \right) - \frac{\alpha \times \eta_c}{m} \times v$$

Or

$$a = \frac{dv}{dt}$$

D'où

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_h \times V_b}{m} \right) - \frac{\alpha \times \eta_c}{m} \times v$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha \times \eta_c}{m} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h \times V_b}{m} \right)$$

Or

$$\rho_b = \frac{m}{V_b}$$

$$\frac{m}{V_b} = \rho_b$$

$$m = \rho_b \times V_b$$

D'où

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha \times \eta_c}{\rho_b \times V_b} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h \times V_b}{\rho_b \times V_b} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha \times \eta_c}{\rho_b \times V_b} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)$$

Or

$$V_b = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

D'où

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha \times \eta_c}{\rho_b \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha \times \eta_c}{\rho_b \times \pi \times r^3} \times \frac{3}{4} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3 \times \alpha \times \eta_c}{4 \times \rho_b \times \pi \times r^3} \times v = g \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b} \right)$$

Q9.

$$\tau = \frac{4 \times \rho_b \times \pi \times r^3}{3 \times \alpha \times \eta_c}$$

$$\tau = \frac{4 \times 1,06 \times 10^3 \times \pi \times (0,993 \times 10^{-3})^3}{3 \times 1,92 \times 10^{-2} \times 0,093}$$

$$\tau = 2,43 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Au bout d'un temps $t = 5\tau$ la vitesse limite est atteinte.

$$t = 5\tau$$

$$t = 5 \times 2,43 \times 10^{-3}$$

$$t = 1,22 \times 10^{-2} \text{ s}$$

On cherche connaître la distance parcourue par la bille pendant $t = 1,22 \times 10^{-2} \text{ s}$.

La vitesse de la bille augmente pour atteindre $v_{\text{lim}} = 5,37 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

En supposant la vitesse constante et égale à v_{lim} , on trouvera une distance parcourue supérieure à la distance réelle :

$$v_{\text{lim}} = \frac{d_{\text{max}}}{t}$$

$$\frac{d_{\text{max}}}{t} = v_{\text{lim}}$$

$$d_{\text{max}} = v_{\text{lim}} \times t$$

$$d_{\text{max}} = 5,37 \times 10^{-3} \times 1,22 \times 10^{-2}$$

$$d_{\text{max}} = 6,55 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Cette distance, bien que majorée, est extrêmement petite devant la hauteur du viscosimètre d'environ 15 cm.

La phase transitoire avant d'atteindre la vitesse limite est extrêmement petite.

Ainsi, on peut considérer que la vitesse de la bille est pratiquement égale à sa valeur limite durant tout le mouvement.