

EXERCICE B – Le destin funeste de la planète Kepler-1658b

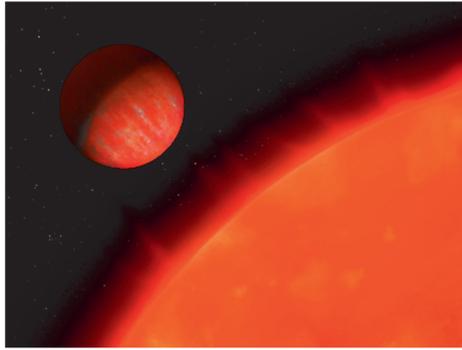


Figure 1. Vue d'artiste de la planète Kepler-1658b se rapprochant de son étoile Kepler-1658
(*Science&Vie* le 2 janvier 2023)

L'exoplanète Kepler-1658b est la toute première exoplanète observée par le télescope spatial Kepler. Elle se trouve sur une orbite très proche de son étoile (le rayon de l'orbite est estimé à 7,25 millions de kilomètres), ce qui fait que la température de la planète est très élevée. C'est la première fois que des astronomes découvrent une exoplanète comme Kepler-1658b et son destin tragique : elle va tellement s'approcher de son étoile (figure 1) qu'elle finira par s'y écraser, signant ainsi sa complète destruction.

D'après Science&Vie le 2 janvier 2023

Et si elle se rapproche toujours au même rythme de son étoile, elle entrera en collision avec celle-ci dans près de trois millions d'années.

D'après : <https://www.futura-sciences.com/>

L'objectif de l'exercice est de modéliser le mouvement de la planète Kepler-1658b tout d'abord au cours d'une révolution, puis sur une échelle de temps plus longue.

Données :

- masse de la planète Kepler-1658b : $m_P = 1,12 \times 10^{28}$ kg ;
- période de révolution de la planète Kepler-1658b autour de son étoile en 2023 : $T = 3,85$ jours ;
- masse de l'étoile Kepler-1658 : $m_E = 2,88 \times 10^{30}$ kg ;
- constante universelle de la gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·kg⁻²·m² ;
- on rappelle que pour une grandeur A : $\sqrt[3]{A} = A^{1/3}$.

La planète Kepler-1658b est assimilée à son centre de masse, P, dans le référentiel centré sur l'étoile Kepler-1658 et dont les axes pointent vers trois étoiles lointaines de directions à peu près constantes. On suppose ce référentiel galiléen au regard des durées et des distances mises en jeu. Dans un premier temps, on modélise la trajectoire de P par un cercle dont le rayon est noté r et dont le centre correspond au centre de masse de l'étoile, noté E.

Q1. Dans l'hypothèse d'un mouvement circulaire, schématiser la trajectoire de P autour de E sans souci d'échelle. Représenter le repère de Frenet associé à la planète en indiquant les vecteurs unitaires (\vec{u}_t, \vec{u}_n) constituant la base de ce repère.

- Q2.** Déterminer, à l'aide de la deuxième loi de Newton, l'expression vectorielle de l'accélération de P, \vec{a}_P , en fonction de G , m_E , r et de la base de Frenet.
- Q3.** Dans cette hypothèse du mouvement circulaire, en déduire que le mouvement de P est uniforme et montrer que l'expression de la norme de son vecteur vitesse est :

$$v = \sqrt{\frac{G m_E}{r}}$$

On note T la période de révolution de P autour de E.

- Q4.** Montrer que l'expression du rayon de l'orbite de la planète représentée par le point P vérifie la relation :

$$r^3 = \frac{G m_E T^2}{4 \pi^2}$$

- Q5.** Déterminer la valeur de r et la comparer avec les données de l'article de *Science & Vie*.

Dans leur article paru en décembre 2022, une équipe d'astronomes a montré que la valeur de la période de révolution de la planète Kepler-1658b diminuait de 131 ms par année terrestre.

- Q6.** En admettant que cette diminution est invariante au cours du temps, vérifier qu'à chaque révolution, la période de révolution de la planète Kepler-1658b diminue de $\Delta T = 1,38$ ms.
- Q7.** Comparer cette diminution avec la période de révolution et justifier que la période T peut être considérée constante pour **un faible nombre de révolutions**.
- Q8.** Déterminer qualitativement, à l'aide de l'expression donnée à la question **Q4** qu'on supposera encore valide, si le rayon de l'orbite augmente ou diminue légèrement à chaque révolution.

Pour un grand nombre de révolutions, le mouvement de la planète Kepler-1658b est modélisé par une succession de trajectoires quasi circulaires dont le rayon varie à chaque révolution.

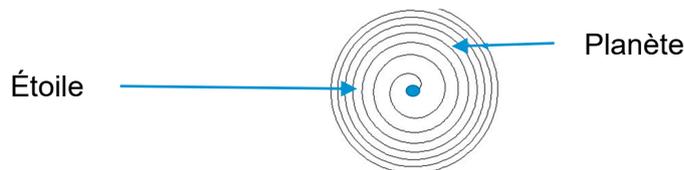


Figure 2. Représentation fictive de la trajectoire d'une planète qui « tomberait » sur son étoile

- Q9.** Le calcul de la période de révolution de la planète juste avant l'impact prévoit une valeur beaucoup plus faible (1 600 s) que celle de 2023 indiquée dans les données. En considérant que la période diminue de 131 ms par année terrestre, confirmer la prévision « si elle se rapproche toujours au même rythme, elle entrera en collision avec celle-ci dans près de trois millions d'années ».

Le candidat est invité à prendre des initiatives, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.