

CLASSE : Terminale

VOIE : Générale

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h03

EXERCICE 2 : 5 points

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

CALCULATRICE AUTORISÉE : Oui sans mémoire, « type collègue »

EXERCICE 2 Datation d'une roche

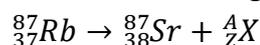
1. Le rubidium 87, un isotope radioactif adapté pour dater une roche

Q1.

Des noyaux isotopes possèdent le même nombre de protons Z et un nombre de neutrons N différents.

Q2.

L'équation de la désintégration du rubidium 87 indiquée par la flèche sur l'extrait du diagramme (N,Z) :



Pour trouver A et Z on utilise les lois de Soddy :

Conservation du nombre de nucléons :

$$87 + A = 87$$

$$A = 87 - 87$$

$$A = 0$$

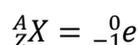
Conservation du nombre de charge :

$$38 + Z = 37$$

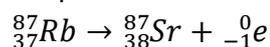
$$Z = 37 - 38$$

$$Z = -1$$

Ainsi



L'équation de la désintégration du rubidium 87 indiquée par la flèche sur l'extrait du diagramme (N,Z) :



Q3.

La particule émise lors de cette désintégration est un électron ${}_{-1}^0e$.

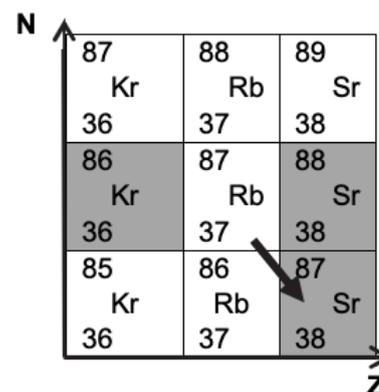
Ainsi, cette transformation nucléaire correspond à une désintégration β^- .

Q4.

La demi-vie est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents se soient désintégrés.

Q5.

t	N
1 t _{1/2}	$\frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{2^1}$



$2 t_{1/2}$	$\frac{N_0/2}{2} = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$
$3 t_{1/2}$	$\frac{N_0/4}{2} = \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^3}$
$n t_{1/2}$	$\frac{N_0}{2^n}$

D'après l'énoncé :

- On estime qu'un échantillon de 1 g de roche du site de Meymac contenait à sa formation
- $N_{\text{Rb}}(0) = 5,8 \times 10^{20}$ noyaux de rubidium 87.
- on suppose qu'une datation d'un échantillon de 1 g de roche par le rubidium 87 radioactif est possible tant qu'il reste au moins $N_{\text{min}} = 2,0 \times 10^9$ noyaux de rubidium 87 dans l'échantillon ;
- $2^{38} < \frac{5,8 \times 10^{20}}{2,0 \times 10^9} < 2^{39}$

$$2^{38} < 2^n < 2^{39}$$

$$38 < n < 39$$

Le nombre de demi-vies après lequel il reste suffisamment de rubidium 87 dans l'échantillon pour qu'on puisse le détecter est compris entre 38 et 39.

Ainsi, le nombre maximal de demi-vies après lequel il reste suffisamment de rubidium 87 dans l'échantillon pour qu'on puisse le détecter est 38.

Q6.

D'après l'énoncé : le temps de demi-vie du noyau de rubidium 87 exprimé en années (a) : $t_{1/2} = 49,2 \times 10^9$ a

D'après la question Q7, le nombre maximal de demi-vies après lequel il reste suffisamment de rubidium 87 dans l'échantillon pour qu'on puisse le détecter est 38.

$$38 t_{1/2} = 38 \times 49,2 \times 10^9$$

$$38 t_{1/2} = 1,87 \times 10^{12} \text{ a}$$

On peut donc remonter à $1,87 \times 10^{12}$ années. Ce temps est très supérieur à l'âge de la Terre $4,5 \times 10^9$ années.

Ainsi, le rubidium 87 est adapté pour dater un échantillon de 1 g de roche du site de Meymac.

2. Le rubidium 87, un isotope radioactif adapté pour dater une roche

Q7.

Équation différentielle :

$$\frac{dN_{\text{Rb}}(t)}{dt} = -\lambda N_{\text{Rb}}(t)$$

Solution de l'équation différentielle :

$$N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t}$$

Dérivons $N_{\text{Rb}}(t)$:

$$\frac{dN_{\text{Rb}}(t)}{dt} = N_{\text{Rb}}(0) \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN_{\text{Rb}}(t)}{dt} = -\lambda \times N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN_{\text{Rb}}(t)}{dt} = -\lambda \times N_{\text{Rb}}(t)$$

Ainsi, $N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle.

Q8.

$$N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t}$$

$$N_{\text{Rb}}(t_f) = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t_f}$$

$$N_{\text{min}} = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t_f}$$

$$N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t_f} = N_{\text{min}}$$

$$e^{-\lambda t_f} = \frac{N_{\text{min}}}{N_{\text{Rb}}(0)}$$

$$\ln(e^{-\lambda t_f}) = \ln\left(\frac{N_{\text{min}}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$$

$$-\lambda \times t_f = \ln\left(\frac{N_{\text{min}}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)$$

$$t_f = \frac{\ln\left(\frac{N_{\text{min}}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)}{-\lambda}$$

Q9.

$$t_f = \frac{\ln\left(\frac{N_{\text{min}}}{N_{\text{Rb}}(0)}\right)}{-\lambda}$$

$$t_f = \frac{\ln\left(\frac{2,0 \times 10^9}{5,8 \times 10^{20}}\right)}{-1,41 \times 10^{-11}}$$

$$t_f = 1,87 \times 10^{12} \text{ a}$$

Le temps t_f trouvé est identique au temps trouvé à la question Q6.

3. Datation d'une roche du site de Meymac au strontium 87

Q10.

Pour un noyau de rubidium 87 qui se désintègre, un noyau de strontium 87 se forme :

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb désintégré}}(t)$$

Or le nombre de noyaux de rubidium 87 qui se désintègre est égal à la différence entre le nombre initial et le nombre restant :

$$N_{\text{Rb désintégré}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) - N_{\text{Rb}}(t)$$

Ainsi :

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) - N_{\text{Rb}}(t)$$

Q11.

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) - N_{\text{Rb}}(t)$$

Or d'après l'énoncé (question Q7) :

$$N_{\text{Rb}}(t) = N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t}$$

$$N_{\text{Rb}}(0) \times e^{-\lambda t} = N_{\text{Rb}}(t)$$

$$N_{\text{Rb}}(0) = \frac{N_{\text{Rb}}(t)}{e^{-\lambda \times t}}$$

$$N_{\text{Rb}}(0) = N_{\text{Rb}}(t) \times e^{\lambda \times t}$$

Ainsi,

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t) \times e^{\lambda \times t} - N_{\text{Rb}}(t)$$

$$N_{\text{Sr formé}}(t) = N_{\text{Rb}}(t) \times (e^{\lambda \times t} - 1)$$

Q12.

$$\frac{N_{\text{Sr}}(t)}{N_{\text{réf}}} = \frac{N_{\text{Sr}}(0)}{N_{\text{réf}}} + (e^{\lambda \times t} - 1) \times \frac{N_{\text{Rb}}(t)}{N_{\text{réf}}}$$

$$y = b + (e^{\lambda \times t} - 1) \times x$$

Or l'équation sur le graphique est :

$$y = 0,7105 + 0,0042 \times x$$

Par identification :

$$(e^{\lambda \times t} - 1) = 0,0042$$

$$e^{\lambda \times t} - 1 = 0,0042$$

$$e^{\lambda \times t} = 0,0042 + 1$$

$$e^{\lambda \times t} = 1,0042$$

$$\ln(e^{\lambda \times t}) = \ln(1,0042)$$

$$\lambda \times t = \ln(1,0042)$$

$$t = \frac{\ln(1,0042)}{\lambda}$$

$$t = \frac{\ln(1,0042)}{1,41 \times 10^{-11}}$$

$$t_{\text{roche}} = 2,97 \times 10^8 \text{ a}$$

Ainsi, l'âge de la roche du site de Meymac est $t_{\text{roche}} = 2,97 \times 10^8 \text{ a}$.