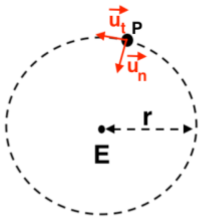
Métropole 2025 sujet 1 **CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr**	
CLASSE : Terminale	**EXERCICE B** : 10 points
VOIE : ☒ Générale	
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques	
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

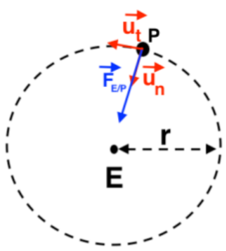
EXERCICE B – Le destin funeste de la planète Kepler-1658b (10 points)

Q1.

D'après l'énoncé : « dans un premier temps, on modélise la trajectoire de P par un cercle dont le rayon est noté r et dont le centre correspond au centre de masse de l'étoile, noté E. »



Q2.



Système : planète Kepler-1658b
Référentiel : centre de masse de l'étoile, noté E supposé galiléen

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m_p\overrightarrow{a_p}$$
$$\overrightarrow{F_{E/P}} = m_p\overrightarrow{a_p}$$
$$G \times \frac{m_p \times m_E}{r^2}\vec{n} = m_p\overrightarrow{a_p}$$
$$\overrightarrow{a_p} = G \times \frac{m_E}{r^2}\vec{n}$$

Q3.

$$\overrightarrow{a_p} = G \times \frac{m_E}{r^2}\vec{n}$$

Or, pour un mouvement circulaire, dans la base de Frenet, le vecteur accélération est de la forme :

$$\overrightarrow{a_p} = \frac{v^2}{r}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{v^2}{r} = G \times \frac{m_E}{r^2}$$
donc
$$v = \sqrt{\frac{G \times m_E}{r}}$$

Q4.
La période de révolution est :
$$T = \frac{\text{circonference}}{\text{vitesse}}$$
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$
$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G \times m_E}{r}}}$$
$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G \times m_E}}$$
$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \frac{r}{G \times m_E}$$
$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times m_E}$$
$$\frac{4\pi^2 r^3}{G \times m_E} = T^2$$
$$r^3 = \frac{G \times m_E \times T^2}{4\pi^2}$$

Q5.
$$r^3 = \frac{G \times m_E \times T^2}{4\pi^2}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{G \times m_E \times T^2}{4\pi^2}}$$
ou
$$r = \left(\frac{G \times m_E \times T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$r = \left(\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2{,}88 \times 10^{30} \times (3{,}85 \times 24 \times 60 \times 60)^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$r = 8{,}14 \times 10^9\ m$$

D'après l'énoncé : « Elle se trouve sur une orbite très proche de son étoile (le rayon de l'orbite est estimé à 7,25 millions de kilomètres) »
$$r = 8{,}14 \times 10^9\ m$$
$$r = 8{,}14 \times 10^6\ km$$
$$r = 8{,}14 \text{ millions de } km$$

Bien que l'ordre de grandeur (une dizaine de millions de kilomètres) soit le même, la valeur trouvée et celle donnée par l'article de Science & Vie sont différentes.

Q6.

$T = 3{,}85$ jours	ΔT
une année terrestre $= 365$ jours	131 ms

$$\Delta T = \frac{131 \times 3{,}85}{365}$$
$$\Delta T = 1{,}38 \text{ ms}$$

Ainsi, à chaque révolution, la période de révolution de la planète Kepler-1658b diminue de ΔT = 1,38 ms.

Q7.

Comparons cette diminution avec la période de révolution :

$$\frac{T}{\Delta T} = \frac{3{,}85 \times 24 \times 60 \times 60}{1{,}38 \times 10^{-3}}$$
$$\frac{T}{\Delta T} = 2{,}41 \times 10^{8}$$
$$T \gg \Delta T$$

La période de révolution est très supérieure à cette diminution.

Ainsi, la période T peut être considérée constante pour un faible nombre de révolutions.

Q8.

$$r = \left(\frac{G \times m_E \times T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Dans notre cas, T diminue à chaque révolution.
D'après l'expression donnée à la question Q4, le rayon r et la période T évoluent dans le même sens
Quand T diminue légèrement à chaque révolution, le rayon de l'orbite diminue légèrement à chaque révolution.

Q9.

D'après l'énoncé : « la période de révolution de la planète juste avant l'impact prévoit une valeur beaucoup plus faible (1 600 s) »
Calculons la diminution correspondant au passage de $T = 3{,}85$ jours à $T' = 1\,600$ s :
$$3{,}85 \times 24 \times 60 \times 60 - 1\,600 = 331\,040 \text{ s}$$

une année terrestre	131 ms
N années terrestre	$331\,040$ s

$$N = \frac{331\,040 \times 1}{131 \times 10^{-3}}$$
$$N = 2{,}53 \times 10^{6} \text{ années terrestre}$$
$$N = 2{,}53 \text{ millions d'années terrestre}$$

N est proche de trois millions d'années.

Ainsi, la prévision « si elle se rapproche toujours au même rythme, elle entrera en collision avec celle-ci dans près de trois millions d'années » est confirmée.