

Partie 2 : Sciences physiques

Vous traiterez deux exercices au choix parmi les trois proposés.

Vous indiquerez sur votre copie **les deux exercices choisis** : exercice A ou exercice B ou exercice C.

EXERCICE A – Efficacité d'une gourde (10 points)

Mots-clés : transferts thermiques ; premier principe de la thermodynamique ; évolution temporelle.

Un randonneur part marcher pour la journée. Il emporte avec lui une gourde qu'il remplit d'eau fraîche à ras bord.

La température initiale de l'eau est : $\theta_i = 8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La température de l'air extérieur est : $\theta_e = 28\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Gourde utilisée :

Bouteille classique en aluminium :

- contenance : 1,0 L ;
- masse : $m_1 = 145\text{ g}$;
- surface d'échange thermique avec l'air extérieur : $S = 0,070\text{ m}^2$.



Source : www.laken.es

Loi de Newton :

On note $m_2 = 1,0\text{ kg}$ la masse d'eau contenue dans la gourde.

Les échanges d'énergie par transfert thermique entre le système {eau + gourde en aluminium} et l'air extérieur sont modélisés à l'aide de la loi de Newton :

$$\phi = h \cdot S \cdot (\theta_e - \theta)$$

- ϕ est le flux thermique en W ;
- θ représente la température de la gourde ;
- h est le coefficient de transfert thermique surfacique entre le système et l'air : $h = 10\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$;
- S est la surface d'échange entre le système et l'air extérieur.

Différentes capacités thermiques massiques :

- eau : $c_{eau} = 4,2 \times 10^3\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- aluminium : $c_{al} = 9,0 \times 10^2\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Q1. Effectuer un bilan d'énergie pour le système {eau + gourde en aluminium} entre les instants t et $t+\Delta t$; la durée Δt étant petite devant la durée typique d'évolution de la température de la gourde. Établir la relation :

$$(m_2 c_{eau} + m_1 c_{al}) \cdot [\theta(t+\Delta t) - \theta(t)] = h \cdot S \cdot [\theta_e - \theta(t)] \cdot \Delta t$$

Q2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la température θ du système :

$$(m_2 \cdot c_{eau} + m_1 \cdot c_{al}) \cdot \frac{d\theta}{dt} + h \cdot S \cdot \theta(t) = h \cdot S \cdot \theta_e .$$

La solution de l'équation différentielle précédente est donnée par l'expression suivante :

$$\theta = A \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot S}{m_2 \cdot c_{eau} + m_1 \cdot c_{al}} \cdot t\right) + \theta_e \text{ où } A \text{ est une constante.}$$

Q3. Donner la signification physique de la grandeur :

$$\frac{m_2 \cdot c_{eau} + m_1 \cdot c_{al}}{h \cdot S} .$$

Q4. Exprimer A en fonction de θ_e et θ_i .

Q5. Interpréter physiquement la valeur de la température du système obtenue à l'aide de cette solution, pour un temps grand devant la durée typique d'évolution de la température. Tracer l'allure de la courbe $\theta(t)$.

Q6. Évaluer, dans le cadre de ce modèle, la valeur de la température de l'eau dans la gourde au bout d'une heure. Commenter.

Les gourdes isothermes actuelles comportent une double enveloppe d'acier dont les parois sont séparées par de l'air sous faible pression, ainsi qu'un revêtement intérieur en aluminium.

Q7. Expliquer comment ces caractéristiques permettent de maintenir une boisson fraîche plus longtemps.