

EXERCICE B – Le télescope spatial James Webb (10 points)

Mots-clés : accélération ; lois de Newton ; lois de Kepler.

Le télescope spatial James Webb, JWST, est un télescope spatial développé par la NASA avec le concours de l'Agence spatiale européenne et de l'Agence spatiale canadienne. Ce projet a différents objectifs, dont l'étude des premières étoiles et galaxies et l'étude de la formation des systèmes planétaires ou des étoiles. En octobre 2021, le JWST est arrivé en Guyane pour être lancé en orbite autour du Soleil par la fusée Ariane 5.

Le but de cet exercice est d'étudier la position du télescope dans le référentiel héliocentrique, référentiel dont l'origine est le centre du Soleil et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines ; il est considéré comme galiléen.

Données :

- constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$;
- masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- distance Terre-Soleil : $R = 150 \times 10^6 \text{ km}$;
- Distance Terre-JWST : $d = 1,50 \times 10^6 \text{ km}$.

Orbite du télescope

Le JWST sera en orbite autour du Soleil. En effet, pour que les observations soient les plus précises possible, les appareils doivent être maintenus à une température la plus basse possible ; il faut donc éloigner le télescope de la Terre et éviter l'exposition directe au rayonnement solaire. L'endroit le plus propice pour que cela soit vérifié est ce que les physiciens appellent le "Second Point de Lagrange (L2)" du système Soleil-Terre. Le point L2 reste à l'extérieur de l'orbite de la Terre tandis qu'elle effectue sa révolution autour du Soleil, et **les trois corps Soleil, Terre et télescope JWST sont alignés en permanence.**

D'après <https://www.jwst.fr>

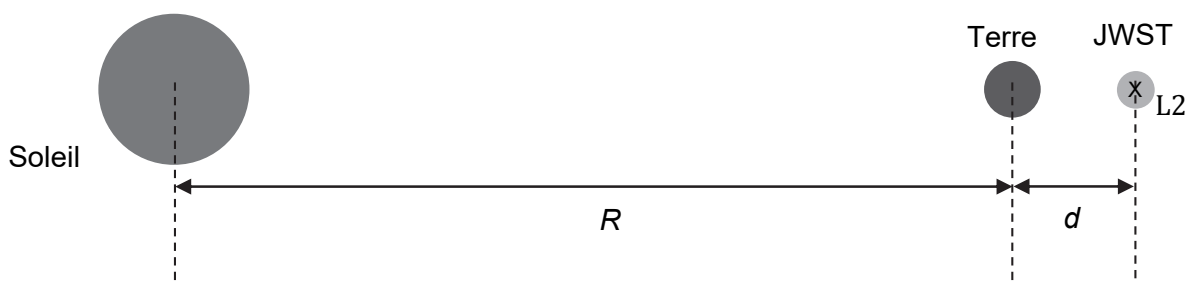


Figure 1. Schéma de la situation

Dans le référentiel héliocentrique, le mouvement du télescope JWST peut être modélisé par un mouvement circulaire, de rayon $R + d$, à la vitesse v .

Q1. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du télescope par rapport au référentiel héliocentrique dans le repère de Frenet. On rappelle que la Soleil, la Terre et le satellite JWST placé au point L2 sont en permanence alignés.

Q2. On considère les actions qu'exercent à la fois le Soleil et la Terre sur le télescope. Établir, en utilisant la deuxième loi de Newton appliquée au télescope, que le mouvement circulaire du télescope est uniforme dans le référentiel héliocentrique.

Q3. Justifier géométriquement que la Terre et le télescope ont la même période T de révolution autour du Soleil.

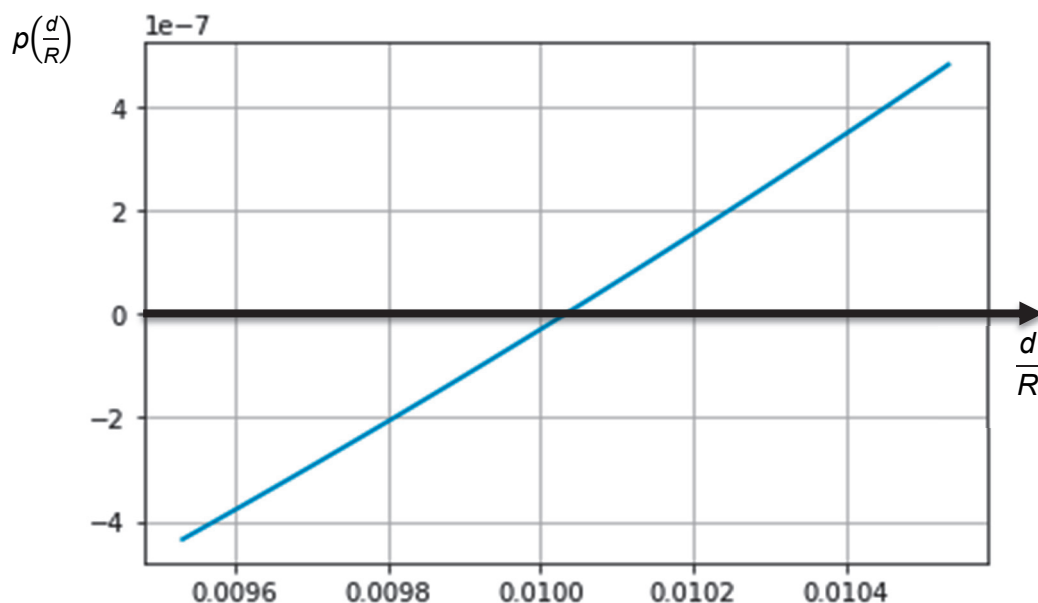
Q4. Donner l'expression de la norme v de la vitesse du télescope par rapport au référentiel héliocentrique en fonction de T , R et d .

Au cours de sa révolution autour du Soleil, la Terre vérifie la troisième loi de Kepler :

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM_S}{R^3}$$

Q5. En utilisant la troisième loi de Kepler, la deuxième loi de Newton appliquée au télescope et les résultats précédents, en déduire une relation entre d , R , M_T et M_S que l'on ne cherchera pas à simplifier.

Dans la relation établie à la question 5, la distance d qui sépare le télescope JWST de la Terre est l'inconnue. On choisit une méthode de résolution numérique en utilisant un programme Python. Celle-ci permet de tracer la courbe ci-après. La fonction $p\left(\frac{d}{R}\right)$ se déduit de la relation établie à la question 5 et la valeur de d recherchée est celle pour laquelle la fonction s'annule.



Q6. Déterminer graphiquement la valeur de $\frac{d}{R}$ telle que $p\left(\frac{d}{R}\right) = 0$.

Q7. En déduire la distance d à laquelle se trouve le télescope JWST de la Terre. Commenter en comparant cette distance aux données de l'énoncé.