

EXERCICE 3 (4 points)
(mathématiques)

Les questions sont indépendantes.

Question 1.

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -2y + 40$.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 200$.

Question 2.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 1)e^x$.

f est dérivable et sa dérivée est notée f' .

Justifier le signe de $f'(x)$ établi dans le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+

Question 3.

On considère les nombres complexes $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1. Exprimer sous forme exponentielle le produit $z_1 \times z_2$.
2. En déduire une forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$.

Question 4.

L'évolution de l'effectif de la population d'un pays, exprimé en millions d'habitants, est modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; 40]$ comme suit :

$$f(t) = 10e^{0,02t},$$

où t correspond au nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 2020.

1. Estimer le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1^{er} janvier 2020 et au 1^{er} janvier 2021.
2. D'après ce modèle, déterminer l'année durant laquelle l'effectif de la population dépassera 20 millions d'habitants.