

EXERCICE 2 (6 points)

(physique-chimie)

Vitesse de sédimentation d'une hématie

La détermination de la vitesse de sédimentation d'une hématie (globule rouge) est un test couramment réalisé au laboratoire d'analyses biologiques pour surveiller l'état inflammatoire d'un patient.

Une des méthodes utilisées est la méthode de Westergreen. Elle consiste, dans un premier temps, en la réalisation d'un mélange constitué de sang issu du prélèvement réalisé sur le patient avec un anticoagulant puis, dans un second temps, en son introduction dans un long tube vertical gradué. Le biologiste dépose alors le tube verticalement sur son support et laisse « décanter » le mélange. En effet, les hématies sédimentent, c'est-à-dire qu'elles descendent au fond du tube tandis que le haut du tube est constitué du plasma sanguin. Au bout d'une durée τ , Le biologiste mesure la hauteur de la colonne de plasma sanguin dépourvue d'hématies.

L'objectif de cet exercice est de déterminer un ordre de grandeur de la « durée caractéristique » nécessaire à ce protocole.

On modélise la chute d'une hématie dans le plasma sanguin par le mouvement rectiligne d'un point matériel noté G selon un axe (O, \vec{k}) vertical dirigé vers le bas, avec \vec{k} un vecteur unitaire. La norme de la vitesse instantanée $v(t)$ est donc égale à celle de la coordonnée du vecteur vitesse selon l'axe (O, \vec{k}) à l'instant t . Le point matériel G est notamment soumis à une force de frottement fluide, notée \vec{F}_f , et à la poussée d'Archimède \vec{P}_A due au plasma sanguin. L'étude est menée jusqu'à la question 8 dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Données :

- masse volumique d'une hématie : $\mu_H = 1300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- masse volumique du plasma sanguin : $\mu_P = 1060 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- rayon d'une hématie assimilée à une sphère : $r = 2,0 \times 10^{-6} \text{ m}$;
- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- coefficient de frottement : $k = 4,9 \times 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Relations :

- volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$;
- expression de la force de frottement fluide qui s'exerce sur une hématie : $\vec{F}_f = -k \times \vec{v}$ avec \vec{v} la vitesse instantanée de chute de l'hématie ;
- expression de la poussée d'Archimède \vec{P}_A qui agit sur une hématie :

$$\vec{P}_A = -\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \times \mu_P \times \vec{g}$$

1. Préciser la troisième force qui, en plus de \vec{F}_f et \vec{P}_A , s'exerce sur le point matériel G et est à l'origine de sa chute.

2. Appliquer la seconde loi de Newton au point matériel G de masse m afin de déterminer la relation entre son accélération \vec{a} et les trois vecteurs forces s'appliquant sur lui.

Dans la suite de l'exercice, on considère le régime permanent établi : la norme de la vitesse instantanée $v(t)$ du point matériel G est supposée avoir atteint une valeur v_{lim} constante appelée vitesse limite.

3. Simplifier la relation vectorielle écrite à la question 2 sans chercher à expliciter les trois vecteurs forces.
4. Donner les coordonnées de chaque force selon l'axe (O, \vec{k}) vertical dirigé vers le bas.
5. Sans souci d'échelle, représenter, sur un schéma clairement légendé, les trois forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur une hématie modélisée par un point matériel noté G .

Un calcul non demandé permet de déduire l'expression de la vitesse limite v_{lim} de ce qui précède :

$$v_{\text{lim}} = \frac{4 \times \pi \times r^3 \times g \times (\mu_H - \mu_P)}{3 \times k}$$

6. Calculer la valeur de la vitesse limite v_{lim} en exprimant le résultat avec deux chiffres significatifs et dans l'unité du système international. L'application numérique devra être posée.

On prend pour la suite la valeur approchée $v_{\text{lim}} = 2 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

7. Déterminer la distance parcourue par une hématie ayant atteint cette vitesse limite pour une durée de 1 h.

On considère qu'une distance parcourue par les hématies de l'ordre de 5 mm en fin de sédimentation permet une mesure avec une incertitude minimale.

8. Conclure quant à la pertinence d'une durée d'examen $\tau = 1 \text{ h}$.

Pour diminuer la durée d'examen, il est possible d'utiliser une « ultracentrifugation ». Dans ce cas, l'expression de la norme de la vitesse limite, notée $v_{\text{lim,u}}$, devient dans le référentiel d'étude :

$$v_{\text{lim,u}} = \frac{4 \times \pi \times r^3 \times a \times (\mu_H - \mu_P)}{3 \times k}$$

où a représente la norme de l'accélération à laquelle est soumis l'échantillon placé dans la centrifugeuse. On précise qu'une centrifugeuse est un appareil avec lequel le technicien peut soumettre l'échantillon à de grandes valeurs d'accélération.

9. Expliquer l'intérêt d'une accélération de norme la plus grande possible.