

EXERCICE B – Préparation d'un biberon

D'après les recommandations de l'assurance maladie, un biberon réchauffé doit être consommé dans la demi-heure qui suit car des germes s'y multiplient rapidement. À défaut d'un chauffe-biberon, on peut utiliser la technique du bain-marie qui consiste à placer le biberon dans un récipient contenant de l'eau chauffée. Il est cependant impératif de vérifier la température du liquide afin d'éviter tout risque de brûlures.



Figure 1. Photographie du biberon étudié

Le système étudié, de masse notée m , est constitué du biberon en polypropylène contenant un volume de lait $V = 240$ mL.

On assimile la capacité thermique massique moyenne du système à celle du lait.

On considère que la température $T(t)$ du système est homogène au cours du temps t , sa température initiale étant $T(t = 0 \text{ s}) = 50^\circ\text{C}$.

On laisse le système refroidir, ouvert, dans la cuisine considérée comme un thermostat à $T_{\text{ext}} = 22^\circ\text{C}$.

L'objectif de cet exercice est de déterminer si le biberon préparé peut être consommé en toute sécurité par le nourrisson après une certaine durée.

Données :

- capacité thermique massique du lait : $c = 3,8 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$;
- masse volumique du lait (assimilable à celle de l'eau) : $\rho = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$;
- masse du biberon en polypropylène : $m_b = 37 \text{ g}$;
- température du lait préconisée pour un nourrisson : $T_f = 37^\circ\text{C}$;
- aire de la surface du système en contact avec l'extérieur : $S = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$;
- coefficient d'échange conducto-convectif du système en contact avec l'air : $h = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.

Q1 Citer et décrire les trois modes de transfert thermique.

Dans le cadre d'un modèle utilisant la loi de Newton, la température $T(t)$ du système vérifie l'équation différentielle suivante : $\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c} \times (T - T_{\text{ext}})$.

Q2 Un temps caractéristique τ apparaît dans cette équation différentielle. Montrer que sa valeur est environ égale à $\tau = 4 \times 10^3$ s.

Q3. Vérifier que $T(t) = (T_i - T_{\text{ext}}) \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + T_{\text{ext}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

Q4. Représenter graphiquement, sans souci d'échelle, l'allure de la courbe d'évolution de la température en fonction du temps. Positionner sur les axes la valeur initiale de la température et celle atteinte au bout d'une durée très grande devant le temps caractéristique τ . Positionner également le temps caractéristique τ en justifiant par construction graphique.

Q5. Justifier que le refroidissement est de plus en plus lent au cours du temps en utilisant la courbe précédente, l'expression de l'équation différentielle ou la loi de Newton.

Q6. Déterminer, dans le cadre du modèle utilisé, la durée nécessaire pour que le biberon puisse être consommé par le nourrisson.

La courbe ci-dessous présente le suivi expérimental de la température au cœur du biberon au cours du temps lors de son refroidissement.

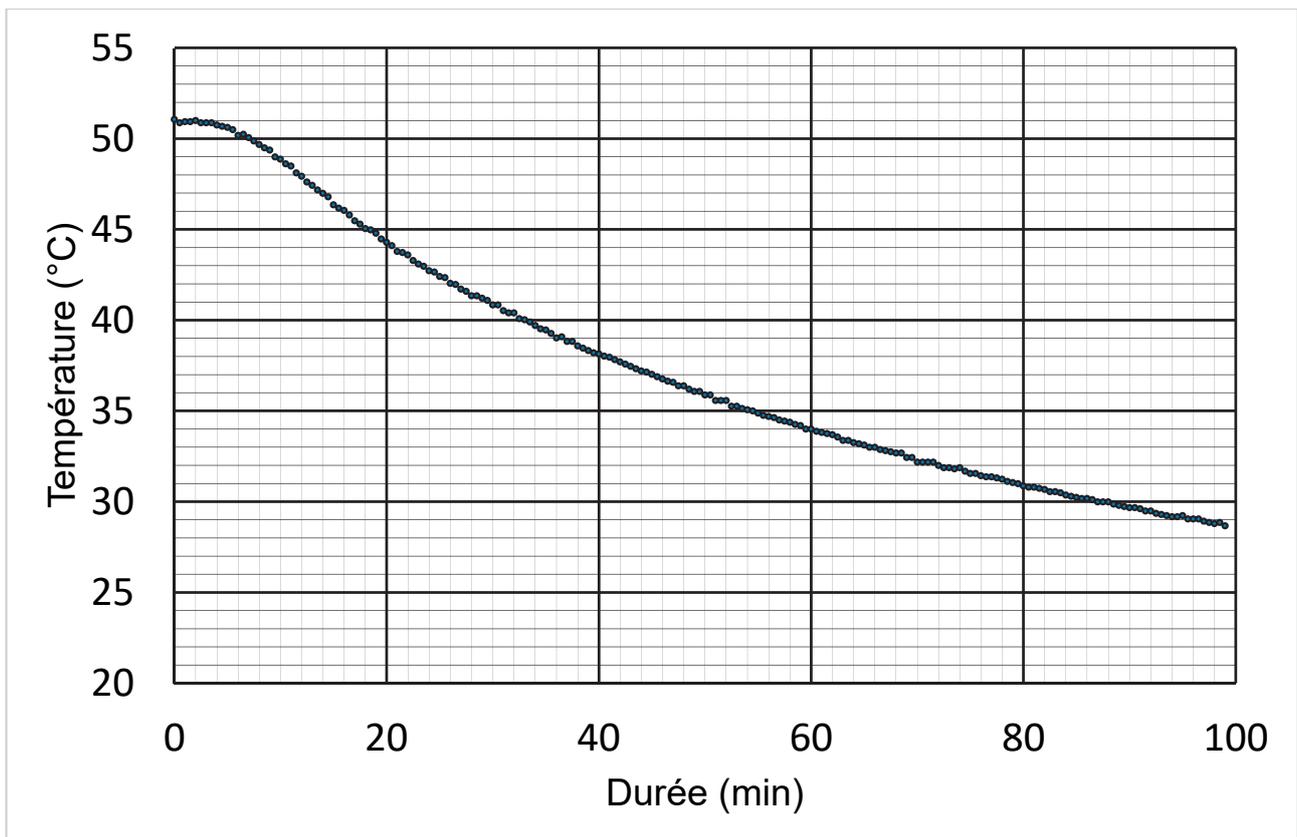


Figure 2. Évolution temporelle de la température mesurée au cœur du biberon

Q7. En utilisant les résultats expérimentaux, déterminer la valeur de la durée de refroidissement du biberon pour atteindre la température préconisée. Discuter la cohérence entre l'expérience et le modèle utilisé dans l'exercice. Commenter la valeur obtenue au regard des recommandations sanitaires.