

CLASSE : Terminale

EXERCICE A : 10 points

VOIE : ☒ Générale

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques

DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collègue »

EXERCICE A – Mouvement de la sonde TGO autour de Mars (10 points)

Q1.

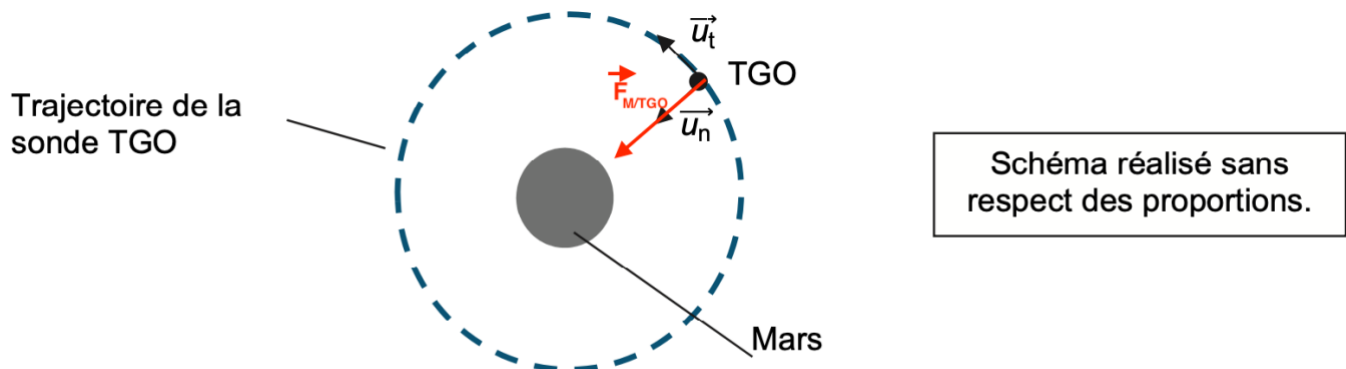


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la sonde TGO

Q2.

Système : sonde TGO

Référentiel : marsocentrique supposé galiléen.

D'après la 2nd loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{M/TGO} = m_{TGO} \vec{a}$$

$$G \times \frac{m_{TGO} \times m_m}{(r_m + h)^2} \vec{u}_n = m_{TGO} \vec{a}$$

$$\vec{a} = G \times \frac{m_m}{(r_m + h)^2} \vec{u}_n$$

Q3.

$$\vec{a} = G \times \frac{m_m}{(r_m + h)^2} \vec{u}_n$$

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet, le vecteur accélération est de la forme :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r_m + h} \vec{u}_N + \frac{dv}{dt} \vec{u}_T$$

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

donc la vitesse est constante : le mouvement du centre de masse de la sonde TGO est uniforme dans le référentiel marsocentrique.

Q4.

La période de révolution est définie par :

$$T = \frac{\text{Périmètre d'un cercle}}{\text{vitesse}}$$
$$T = \frac{2\pi \times (r_m + h)}{v_{TGO}}$$
$$T \times v_{TGO} = 2\pi \times (r_m + h)$$
$$v_{TGO} = \frac{2\pi \times (r_m + h)}{T}$$

Q5.

$$v_{TGO} = \frac{2\pi \times (r_m + h)}{T}$$

Or, d'après l'énoncé

$$v_{TGO} = \sqrt{G \times \frac{m_m}{r_m + h}}$$

D'où

$$\sqrt{G \times \frac{m_m}{r_m + h}} = \frac{2\pi \times (r_m + h)}{T}$$

$$\left(\sqrt{G \times \frac{m_m}{r_m + h}} \right)^2 = \left(\frac{2\pi \times (r_m + h)}{T} \right)^2$$

$$G \times \frac{m_m}{r_m + h} = \frac{4\pi^2 \times (r_m + h)^2}{T^2}$$

$$G \times m_m = \frac{4\pi^2 \times (r_m + h)^2 \times (r_m + h)}{T^2}$$

$$G \times m_m = \frac{4\pi^2 \times (r_m + h)^3}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2 \times (r_m + h)^3}{T^2} = G \times m_m$$

$$(r_m + h)^3 = \frac{G \times m_m \times T^2}{4\pi^2}$$

$$r_m + h = \left(\frac{G \times m_m \times T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

Ou

$$r_m + h = \sqrt[3]{\frac{G \times m_m \times T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \times m_m \times T^2}{4\pi^2}} - r_m$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6,4 \times 10^{23} \times (7,2 \times 10^3)^2}{4\pi^2}} - 3,4 \times 10^6$$

$$h = 4,3 \times 10^5 \text{ m}$$