

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h03

EXERCICE 3 : 6 points

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Utilisation médicale du technétium

1. Production de technétium

Q1.

Composition du noyau molybdène $^{99}_{42}\text{Mo}$:

- 42 protons
- $99 - 42 = 57$ neutrons

Q2.

Des noyaux isotopes possèdent le même nombre de protons Z et un nombre de neutrons N différents.

Sur le diagramme (N,Z), les isotopes stables sont grisés.

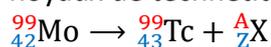
Les isotopes stables du molybdène 99 sont :

- $^{98}_{42}\text{Mo}$
- $^{97}_{42}\text{Mo}$
- $^{96}_{42}\text{Mo}$
- $^{95}_{42}\text{Mo}$

Remarque : seulement deux isotopes stables du molybdène 99 sont demandés.

Q3.

Équation de la désintégration des noyaux de molybdène 99 en noyaux de technétium 99 :



Pour trouver A et Z on utilise les lois de Soddy :

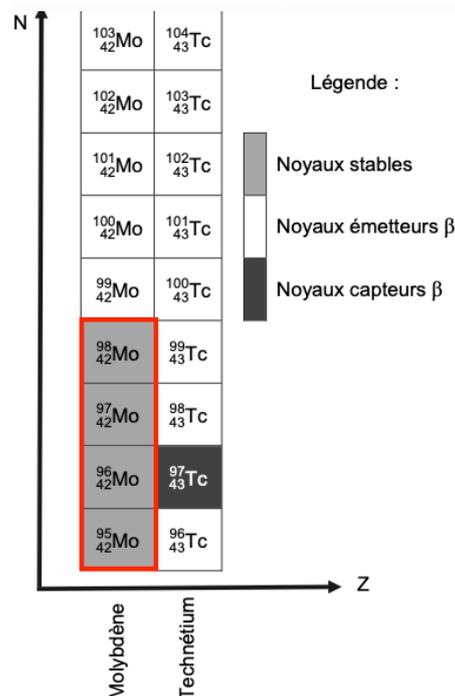
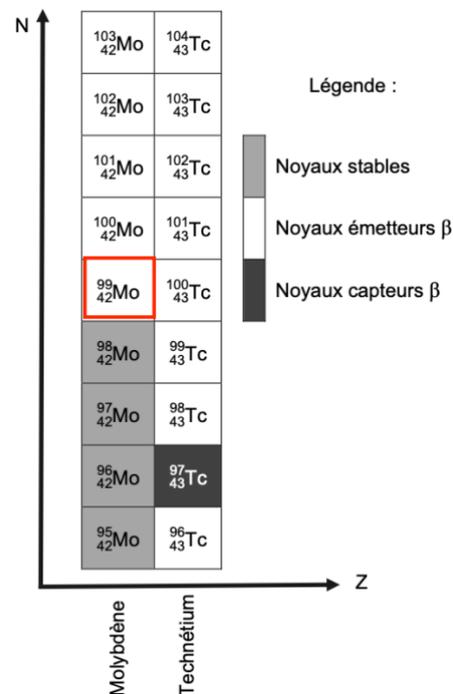
Conservation du nombre de nucléons :

$$99 = 99 + A$$

$$99 + A = 99$$

$$A = 99 - 99$$

$$A = 0$$



Conservation du nombre de charge :

$$42 = 43 + Z$$

$$43 + Z = 42$$

$$Z = 42 - 43$$

$$Z = -1$$

$$\text{Ainsi } {}^A_ZX = {}^0_{-1}e$$

Ainsi, la particule émise lors de cette désintégration est un électron.

Q4.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle le nombre de noyau radioactif (ou l'activité) a été divisée par 2.

Au bout de 7 demi-vies, il reste moins de 1% des noyaux radioactifs initialement présents.

$$7 \times t_{1/2} = 7 \times 6 = 42\text{h}$$

$$\frac{42}{24} = 1,75 \text{ jour} = 1 \text{ jour et } 18\text{h}$$

Ainsi, les services de médecine nucléaire bénéficient d'une source de technétium 99 pour quelques jours seulement.

2. Utilisation médicale de technétium en scintigraphie

Q5.

D'après les données :

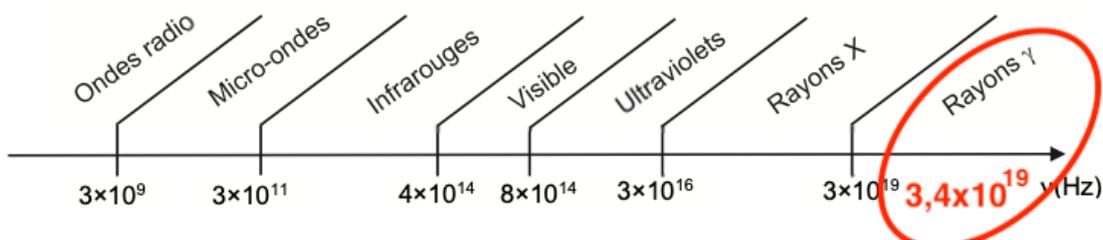
$$E = h \times \nu$$

$$h \times \nu = E$$

$$\nu = \frac{E}{h}$$

$$\nu = \frac{141 \times 10^3 \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}}$$

$$\nu = 3,4 \times 10^{19} \text{ Hz}$$



L'énergie des photons émis par le ${}^{99}\text{Tc}$ correspond aux rayons gamma.

Ainsi, l'énergie des photons émis par le ${}^{99}\text{Tc}$ est compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra pour réaliser les clichés lors d'une scintigraphie.

Q6.

Le plomb ne laisse pas passer les rayons gamma.

Pour la réalisation de l'injection de la solution au patient, afin de protéger les manipulateurs de la seringue des rayons gamma, on utilise un protège-seringue possédant un blindage à base de verre au plomb.

Q7.

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \times N(t) = 0$$

Solution de l'équation différentielle :

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Dérivons $N(t)$:

$$\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

On retrouve l'équation différentielle :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \times N(t) = 0$$

Ainsi, $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle.

Q8.

$$A(t) = \lambda \times N(t)$$

Or

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

D'où

$$A(t) = \lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Or

$$A_0 = \lambda \times N_0$$

D'où

$$A(t) = \lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = A_0 \times e^{-\lambda t}$$

Q9.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'activité de noyau radioactif a été divisée par 2.

$$A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$$

Or

$$A(t_{1/2}) = A_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Ainsi

$$A_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{A_0}{2}$$

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\ln(e^{-\lambda t_{1/2}}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

Q10.

D'après l'énoncé : Tant que l'activité du technétium 99Tc dans le corps du patient est supérieure à 3 % de l'activité initiale injectée, des mesures de précaution doivent être respectées par le patient.

Soit

$$A(t) = \frac{3}{100} \times A(0)$$

Trouvons le temps correspondant :

$$A(t) = A(0) \times e^{-\lambda \times t}$$

$$A(0) \times e^{-\lambda \times t} = A(t)$$

$$e^{-\lambda \times t} = \frac{A(t)}{A(0)}$$

$$\ln(e^{-\lambda \times t}) = \ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)$$

$$-\lambda \times t = \ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)}{-\lambda}$$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)}{\lambda}$$

Or

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right)}{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

$$t = -\ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right) \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

Or

$$A(t) = \frac{3}{100} \times A(0)$$

$$t = -\ln\left(\frac{\frac{3}{100} \times A(0)}{A(0)}\right) \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$t = -\ln\left(\frac{3}{100}\right) \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$t = -\ln\left(\frac{3}{100}\right) \times \frac{6}{\ln 2}$$

$$t = 30 \text{ h}$$

Ainsi, en supposant que la diminution de l'activité du technétium 99Tc dans le corps du patient n'est due qu'à la décroissance radioactive, la durée pendant laquelle le patient doit respecter ces précautions est de 30h.

3. Pistes pratiques pour gérer les périodes de pénurie de technétium 99

Q11.

Avantage au remplacement du technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$) par du thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) :

Le thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) nécessite 1 injection contre 2 pour le technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$). C'est plus simple et ça n' nécessite moins de manipulations.

Inconvénient au remplacement du technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$) par du thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) :

Le temps de demi-vie du thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) beaucoup plus long 3,04 jours contre 6 h pour le technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$) : le patient reste radioactif bien plus longtemps.

Le coût d'un examen cardiaque est activité supérieure : 0,8267 €/MBq pour thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) contre 0,0378 €/MBq pour le technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$).