

### EXERCICE 3 - PERFORMANCES DES BOLOMÈTRES DE PLANCK (5 POINTS)

« Le satellite Planck est un satellite de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) qui a fourni des cartes de tout le ciel dans le domaine sub-millimétrique et radio (30 à 850 GHz). L'objectif du satellite Planck a été d'analyser, avec la plus haute précision jamais atteinte, les restes du rayonnement qui remplissait l'Univers juste après le Big Bang, ce que nous observons aujourd'hui comme le Fond Diffus Cosmologique. »

D'après <https://www.ias.u-psud.fr/fr/content/planck-hfi>

Dans la suite du sujet, le Fond Diffus Cosmologique sera noté CMB (de l'anglais, Cosmic Microwave Background). Les mesures du CMB sont réalisées par des bolomètres qui permettent de mesurer la puissance transportée par un rayonnement électromagnétique.

L'objectif de cet exercice est d'étudier les performances d'un des bolomètres du satellite Planck.

#### Données :

- célérité de la lumière :  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- différents domaines du spectre électromagnétique :

Nom du domaine	Rayon X	Ultraviolet	Visible	Infrarouge	Micro-onde	Radio
Domaine de longueur d'onde $\lambda$	de 0,01 à 100 nm	de 10 à 400 nm	de 400 à 800 nm	de 0,8 à 1 mm	de 1 à 300 mm	de 0,1 à 1 km

Le CMB se caractérise par un rayonnement thermique de température caractéristique  $T_{CMB} = 2,725 \text{ K}$ . Afin d'étudier les variations de température autour de cette valeur, le satellite Planck est équipé d'un bolomètre sensible au rayonnement de fréquence  $f_0 = 217 \text{ GHz}$ .

**Q1.** Calculer la longueur d'onde  $\lambda_0$  correspondant à la fréquence  $f_0$  et nommer le domaine du spectre auquel appartient l'onde électromagnétique associée au CMB.

#### Données :

- la puissance  $P_{CN}$  reçue par une surface  $S$  soumise au rayonnement d'un corps à la température  $T_{CN}$  est donnée par :  $P_{CN} = \sigma \cdot T_{CN}^4 \cdot S$  où  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  ;
- la surface de la partie sensible au CMB vaut  $S_{CMB} = 9,93 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ . Pour étudier le CMB autour de la fréquence  $f_0$ , un filtre est placé devant cette surface, il sélectionne 25,2 % de la puissance reçue.

**Q2.** Montrer que la puissance  $P_{CMB}$  reçue par le bolomètre de la part du CMB au travers du filtre vaut  $P_{CMB} = 7,82 \times 10^{-14} \text{ W}$ .

Les bolomètres, comme indiqué sur le schéma simplifié ci-après, sont composés d'une partie sensible au rayonnement et d'un thermostat. L'énergie cédée par le rayonnement à la partie sensible provoque une élévation de sa température. Cette

partie sensible est en contact avec un thermostat plus froid qui permet d'évacuer l'énergie reçue, le matériau permettant le contact possède une résistance thermique  $R_{contact}$ .

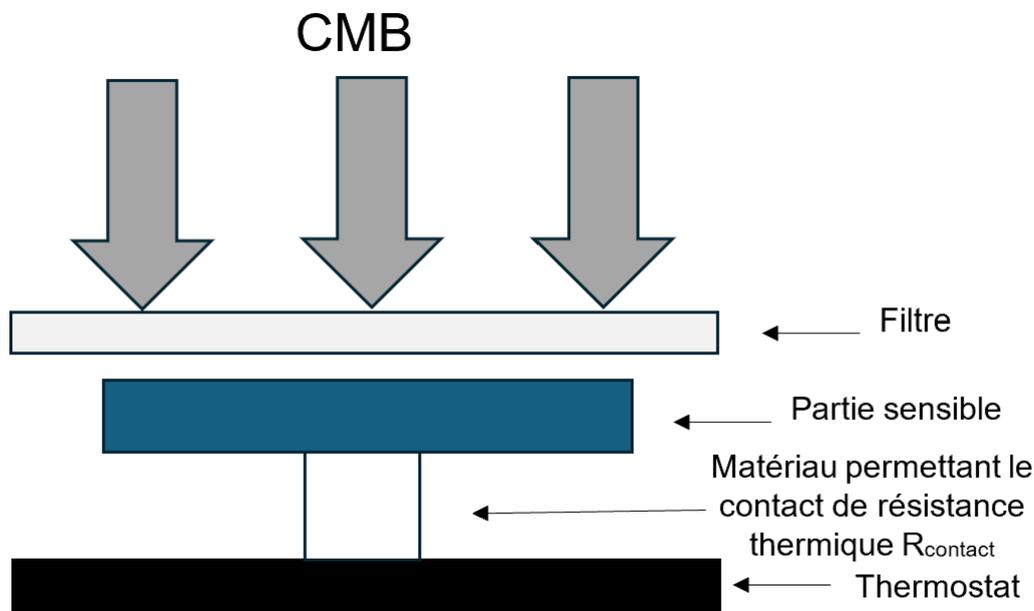


Schéma simplifié d'un bolomètre.

On cherche à modéliser l'évolution de la température de la partie sensible en fonction du temps par un bilan d'énergie. On note  $T_T$  la température du thermostat et  $T$  la température de la partie sensible du bolomètre.

**Donnée :**

- la puissance  $P_{syst}$  reçue par un système à la température  $T_{syst}$  en contact avec un thermostat à la température  $T_0$  par l'intermédiaire d'une résistance thermique  $R_{th}$  s'exprime :

$$P_{syst} = - \frac{(T_{syst} - T_0)}{R_{th}}$$

**Q3.** Exprimer la puissance  $P_T$  reçue par la partie sensible du bolomètre de la part du thermostat en fonction des grandeurs associées au bolomètre qui sont  $T$ ,  $T_T$  et  $R_{contact}$ . Justifier le signe de la valeur de cette grandeur.

**Q4.** Exprimer le transfert thermique  $Q_{tot}$  échangé par la partie sensible du bolomètre avec l'ensemble des sources extérieures pendant une durée  $\Delta t$  en fonction de  $P_{CMB}$ ,  $T$ ,  $T_T$ ,  $\Delta t$  et  $R_{contact}$ . On admettra que, pendant la durée  $\Delta t$ , la puissance reçue de la part du thermostat reste constante.

**Q5.** Énoncer le premier principe de la thermodynamique en précisant le nom de chaque grandeur ainsi que leur unité.

On démontre que l'équation différentielle régissant l'évolution de la température en fonction du temps est donnée par :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{R_{contact} \cdot C_{bolo}} = \frac{P_{CMB}}{C_{bolo}} + \frac{T_T}{R_{contact} \cdot C_{bolo}}$$

**Données :**

- température du thermostat relié à la partie sensible :  $T_T = 0,1 \text{ K}$  ;
- résistance thermique du matériau qui permet le contact entre la partie sensible du bolomètre et le thermostat :  $R_{contact} = 3,75 \times 10^9 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$  ;
- capacité thermique de la partie sensible du bolomètre :  $C_{bolo} = 0,40 \times 10^{-12} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- dans le système international d'unités le Watt est équivalent à des Joules par secondes  $\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Q6.** Par une analyse dimensionnelle, montrer que la quantité  $\tau = R_{contact} \cdot C_{bolo}$  est homogène à un temps, appelé temps caractéristique. Calculer sa valeur.

**Q7.** Sachant que la fonction  $T(t) = T_T + T_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  est la solution de l'équation différentielle satisfaisant à la condition initiale  $T(0) = T_T$ , donner l'expression de  $T_1$  ainsi que sa valeur.

On admet que le bolomètre réalise une mesure de puissance fiable, dès que sa température se stabilise, au bout d'une durée égale à  $5 \tau$ .

Afin d'étudier le CMB, le ciel est divisé en petites zones. Le satellite Planck balaie chaque zone pendant une durée  $\Delta t_{scan} = 14 \text{ ms}$ .

**Q8.** Montrer que le bolomètre du satellite Planck peut obtenir une mesure fiable du CMB.