EXERCICE 2 : La couleur des scarabées

Q1.

On observe des interférences constructives quand $\delta = k \times \lambda$: les ondes sont en phase

On observe des interférences destructives quand $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$: les ondes sont en opposition de phase

Q2.

D'après l'énoncé :

$$\delta = 2 \cdot n_{fort} \cdot e - \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot n_{fort} \cdot e - \frac{\lambda}{2} = \delta$$

$$2 \cdot n_{fort} \cdot e = \delta + \frac{\lambda}{2}$$

$$e = \frac{\delta + \frac{\lambda}{2}}{2 \cdot n_{fort}}$$

Or nous sommes dans un cas d'interférences constructives :

$\delta = k \times \lambda$

D'où

$$e = \frac{k \times \lambda + \frac{\lambda}{2}}{2 \cdot n_{fort}}$$

$$e = \frac{\left(k + \frac{1}{2}\right) \times \lambda}{2 \cdot n_{fort}}$$

On obtient bien :

$$e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{fort}}$$

Q3.

Déterminons l'épaisseur des couches de la carapace d'un scarabée pour lequel la longueur λ = 530 nm correspond à des interférences constructives avec l'ordre d'interférence nul : k = 0.

$$e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{fort}}$$

$$e = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{530 \times 10^{-9}}{2 \times 1{,}7}$$

$$e = 7{,}8 \times 10^{-8}\ m$$

$$e = 78\ nm$$

D'après l'énoncé la longueur λ = 530 nm correspond au vert. Ainsi, la couleur

Longueur d'onde λ (en nm)	470	530	590	750
Couleur	bleu	vert	jaune	rouge

apparente de ce scarabée est verte.

Q4.

Schéma	Réel
2,6 cm	1 µm
1,9 cm	d=9e

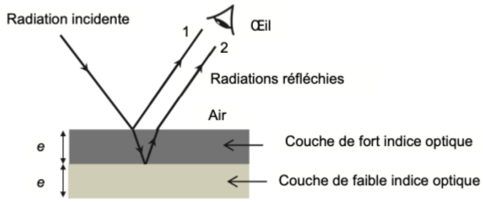
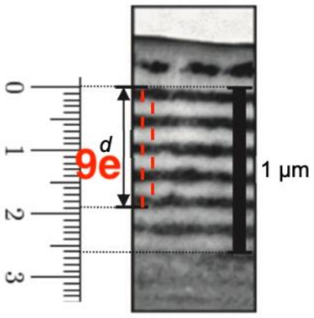


Figure 2. Schéma simplifié de la situation

$$9\mathrm{e} = \frac{1{,}9 \times 1}{2{,}6}$$
$$9\mathrm{e} = 0{,}73\ \mu m$$
$$\mathrm{e} = \frac{0{,}73}{9}$$
$$\mathrm{e} = 0{,}081\ \mu m$$
$$\mathrm{e} = 0{,}081 \times 10^{-6}$$
$$\mathrm{e} = 8{,}1 \times 10^{-8}\ m$$



Q5.

Une source d'incertitude possible est la lecture des épaisseurs sur la photo (frontières difficilement définies).

Q6.

La ligne 8 donne l'intervalle de mesure de la distance d en cm

Dans la question précédente (Q4), on a mesuré la distance d=1,9 cm sur la règle avec une incertitude de lecture d'environ ±0,1 cm correspondant à une graduation.

L'intervalle est donc : 1,9 cm ±0,1 cm soit [1,8 ; 2,0] cm.

Donc la ligne 8 du programme devient :
d_mes = rd.uniform(1.8, 2.0, Nsim)   # intervalle de mesure de la distance d en cm

Q7.

L'expression ligne 11 est :

$$e = \frac{d_{\mathrm{mes}} \times 1000}{9 \times \mathrm{echelle}}$$

A la ligne 10 on nous précise « calcul de l'épaisseur e en nm ».

Le facteur 1000 permet de convertir l'épaisseur exprimée initialement en µm en nm :
1 µm = 1000 nm.

Q8.

INCERTITUDE-TYPE : u(e) = 2.5574799015216696 en nm
VALEUR MOYENNE : e_moyen = 75.48793757378112 en nm

On ne garde qu'un seul chiffre significatif pour l'incertitude et on majore le résultat : u(e) = 3 nm.
L'incertitude porte sur les unités.
Pour la valeur moyenne, on garde le résultat à l'unité en arrondissant : e_{moyen} = 75 nm

Ainsi :
e_moyen = 75 ± 3 nm

Pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $\left|\frac{x - x_{ref}}{u(x)}\right|$ avec x la valeur mesurée, xref la valeur de référence et u(x) l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x ;

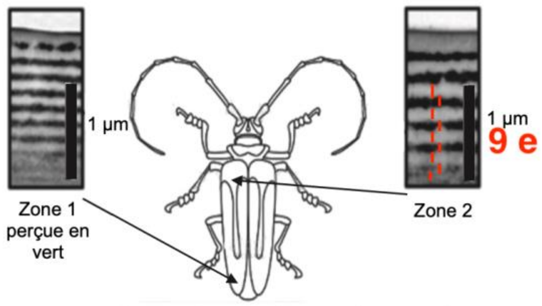
Calculons le z-score :

$$z = \left|\frac{\mathrm{x} - \mathrm{x_{ref}}}{\mathrm{u(x)}}\right|$$
$$z = \left|\frac{\mathrm{e_{moyen}} - \mathrm{e}}{\mathrm{u(e)}}\right|$$
$$z = \left|\frac{75 - 78}{3}\right|$$
$$z = 1$$

z < 2 : le résultat de la réponse à la question Q3, arbitrairement prise comme valeur de référence est avec le résultat de la simulation numérique.

Q9.

$$9\mathrm{e} = 1\ \mu\mathrm{m}$$
$$\mathrm{e} = \frac{1 \times 1}{9}$$
$$\mathrm{e} = 0{,}11\ \mu\mathrm{m}$$
$$\mathrm{e} = 0{,}11 \times 10^{-6}$$
$$\mathrm{e} = 1{,}1 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$



L'échelle de la photographie est indiquée grâce à la barre verticale noire située à droite : cette barre indique une longueur de 1 µm.

Figure 5. Photos prises au microscope électronique de la partie supérieure d'un scarabée dans deux zones perçues de couleurs différentes
D'après Bioinspiration Biomimetics (2013)

D'après la question Q2 :

$$\mathrm{e} = \left(\mathrm{k} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{fort}}$$
$$\left(\mathrm{k} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{fort}} = e$$
$$\lambda = \frac{e \times 2 \cdot n_{fort}}{\mathrm{k} + \frac{1}{2}}$$

D'après l'énoncé (juste avant la question Q3) : « On ne considère, dans la suite de l'exercice, que l'ordre d'interférence nul : k = 0. »

$$\lambda = \frac{1{,}1 \times 10^{-7} \times 2 \times 1{,}7}{0 + \frac{1}{2}}$$
$$\lambda = 7{,}5 \times 10^{-7} m$$
$$\lambda = 750\ nm$$

Longueur d'onde λ (en nm)	470	530	590	750
Couleur	bleu	vert	jaune	rouge

Ainsi, la couleur perçue pour la zone 2 de ce scarabée est le rouge.