

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 1h56

EXERCICE 1 : 11 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

EXERCICE 1 - La physique au service du vigneron

1. Étude du principe du capteur de niveau

Q1.

Ce capteur se comporte comme un condensateur plan.

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparés par un isolant.

Le liquide constitue une des armatures et doit donc être conducteur.

Ainsi, ce capteur ne peut pas être utilisé dans un liquide isolant.

Q2.

$$C = \frac{\epsilon \times S_C}{e}$$

Or

$$S_C = h \times l$$

D'où

$$C = \frac{\epsilon \times h \times l}{e}$$

La capacité C du condensateur est proportionnel à la hauteur h .

Ainsi, la capacité C du condensateur augmente lorsque la hauteur h de liquide dans lequel l'ensemble est plongé augmente.

Q3.

Lors de sa charge (position 2), d'après la loi d'additivité des tensions ou loi des mailles :

$$U_C(t) + U_R(t) = E$$

$$\text{or } U_R(t) = R \times i$$

$$U_C(t) + R \times i = E$$

Or

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$U_C(t) + R \times \frac{dq(t)}{dt} = E$$

Or

$$q(t) = C \times U_C(t)$$

$$U_C(t) + R \times \frac{dC \times U_C(t)}{dt} = E$$

$$U_C(t) + RC \frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

On divise par RC :

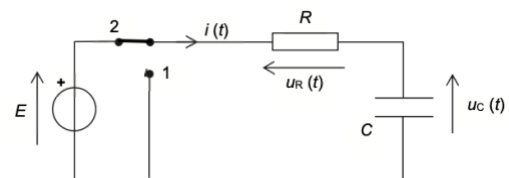


Figure 4. Schéma du circuit électrique permettant de mesurer la capacité C

$$\frac{U_C(t)}{RC} + \frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{U_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Q4.

$$U_C(t \rightarrow \infty) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = Ae^{-\frac{\infty}{\tau}} + B$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = A \times 0 + B$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = B$$

Or pour un temps très long, la tension du condensateur prend pour valeur la tension du générateur :

$$U_C(t \rightarrow \infty) = E$$

Ainsi $B = E$

$$U_C(t = 0) = A \times e^{-\frac{0}{\tau}} + B$$

$$U_C(t = 0) = A + B$$

Or initialement la valeur la tension du générateur : $U_C(t = 0) = 0$

Donc $A + B = 0$

$$A = -B$$

$$A = -E$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

$$U_C(t \rightarrow \infty) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

Vérifions que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$U_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

-Dérivons $U_C(t)$:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = -E \times \frac{-1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

-Remplaçons $U_C(t)$ et $\frac{dU_C(t)}{dt}$ dans l'équation :

$$\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{U_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{-Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{-Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{-Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{RC} + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{RC} = \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{RC} = 0$$

$$E e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} \right) = 0$$

Un produit de facteur est nul si un de ses facteur est nul :

- $E = 0$ n'est pas une solution car la tension du générateur n'est pas nulle
- $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ n'est pas une solution car la solution doit être valable quel que soit le temps

$$\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

$$\tau = RC$$

En conclusion :

$$A = -E$$

$$B = E$$

$$\tau = RC$$

Q5.

A l'aide de la figure 5 trouvons τ .

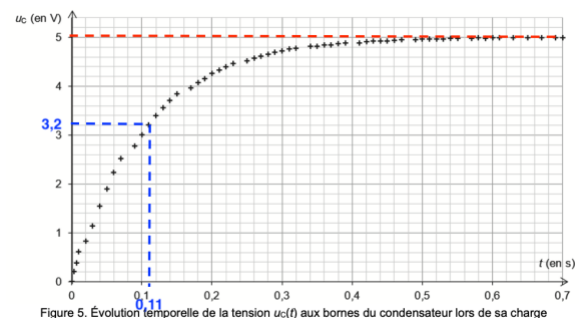
Méthode 1 :

$$U_C(\tau) = 0,63 \times E$$

$$U_C(\tau) = 0,63 \times 5,0$$

$$U_C(\tau) = 3,2 \text{ V}$$

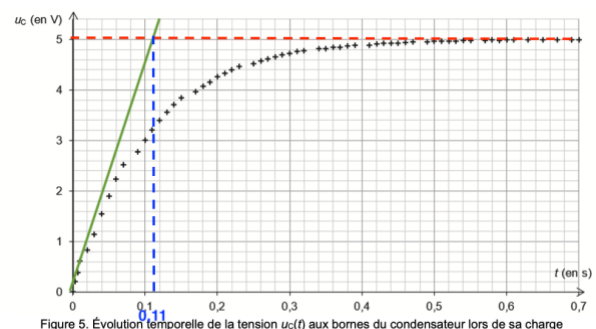
Graphiquement : $\tau = 0,11 \text{ s}$



Méthode 2 :

On trace la tangente à la courbe à $t=0$ et on regarde l'abscisse du point d'intersection entre cette tangente et l'asymptote $U_C = E$

Graphiquement : $\tau = 0,11 \text{ s}$



Trouvons la valeur de la capacité C :

$$\tau = RC$$

$$RC = \tau$$

$$C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{0,11}{6,0 \times 10^6}$$

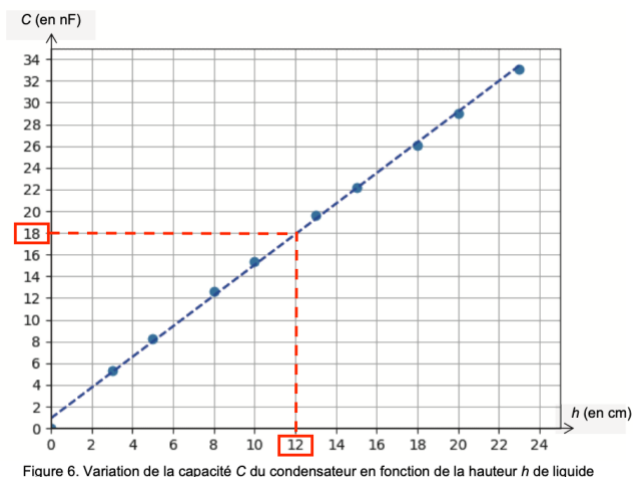
$$C = 1,8 \times 10^{-8} \text{ F}$$

$$C = 18 \text{ nF}$$

A l'aide de la figure 6 trouvons la hauteur de liquide correspondante :

Graphiquement, pour $C = 18 \text{ nF}$, on lit $h=12 \text{ cm}$.

Ainsi, la hauteur h_{test} de liquide utilisé dans la première expérience est $h_{\text{test}} = 12 \text{ cm}$.



2. Contrôle de la température du jus de raisin

Q6.

Le transfert thermique se fait du corps chaud vers le corps froid.

La température du jus à maintenir lors de la fermentation alcoolique est $\theta_{\text{jus}} = 18^\circ\text{C}$ et la température moyenne de l'air extérieur est $\theta_{\text{ext}} = 22^\circ\text{C}$.

Ainsi, le transfert thermique se fait de l'air extérieur (corps chaud) vers le jus (corps froid).

Q7.

$$\phi_P = A \times S \times (\theta_{\text{ext}} - \theta_{\text{jus}})$$

$$\phi_P = 12 \times 9 \times (22 - 18)$$

$$\phi_P = 432 \text{ W}$$

Q8.

$$P_F = 0,127 \times m_{\text{jus}}$$

Or

$$\rho_{\text{jus}} = \frac{m_{\text{jus}}}{V_{\text{jus}}}$$

$$\frac{m_{\text{jus}}}{V_{\text{jus}}} = \rho_{\text{jus}}$$

$$m_{\text{jus}} = \rho_{\text{jus}} \times V_{\text{jus}}$$

D'où

$$P_F = 0,127 \times \rho_{\text{jus}} \times V_{\text{jus}}$$

$$P_F = 0,127 \times 1\,090 \times 2$$

$$P_F = 277 \text{ W}$$

Q9.

$$C_J \times \Delta\theta = (\phi_P + P + P_F) \times \Delta t$$

$$(\phi_P + P + P_F) \times \Delta t = C_J \times \Delta\theta$$

$$\phi_P + P + P_F = \frac{C_J \times \Delta\theta}{\Delta t}$$

$$P = \frac{C_J \times \Delta\theta}{\Delta t} - \phi_P - P_F$$

Lorsque la température du jus est maintenue constante : $\Delta\theta = 0$

$$P = \frac{C_J \times 0}{\Delta t} - \phi_P - P_F$$

$$P = -\phi_P - P_F$$

$$P = -432 - 277$$

$$P = -771 \text{ W}$$

La valeur de la puissance thermique P de l'échangeur interne placé dans la cuve de stockage permettant de maintenir constante la température du jus est -771 W.

Le signe négatif nous indique que l'échangeur interne placé dans la cuve de stockage perd de l'énergie.

3. Contrôle du taux de sucre dans le jus de raisin et principe du mustimètre

Q10.

Les deux forces agissant sur le système {mustimètre} en équilibre dans le jus de raisin sont le poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{\pi}_A$.

Q11.

Lorsque le système {mustimètre} est en équilibre :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{P}_A = \vec{0}$$

Prenons un axe oz vertical dirigé vers le haut et projetons :

$$-P + P_A = 0$$

Or

$$P = m_0 \times g$$

$$P_A = \rho_{\text{jus}} \times V_{\text{immergé}} \times g$$

D'où

$$-m_0 \times g + \rho_{\text{jus}} \times V_{\text{immergé}} \times g = 0$$

$$-m_0 + \rho_{\text{jus}} \times V_{\text{immergé}} = 0$$

Or

$$V_{\text{immergé}} = V_{\text{tube large}} + V_{\text{tube fin}}$$

$$V_{\text{immergé}} = V_0 + S_T \times h_T$$

D'où

$$-m_0 + \rho_{\text{jus}} \times (V_0 + S_T \times h_T) = 0$$

$$\rho_{\text{jus}} \times (V_0 + S_T \times h_T) = m_0$$

$$V_0 + S_T \times h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}}$$

$$S_T \times h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}} - V_0$$

$$h_T = \left(\frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}} - V_0 \right) \times \frac{1}{S_T}$$

$$h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \times S_T} - \frac{V_0}{S_T}$$

Q12.

$$h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \times S_T} - \frac{V_0}{S_T}$$

La hauteur h_T dépend de l'inverse de la masse volumique du jus.

Ainsi, lorsque la masse volumique du jus diminue h_T augmente : le mustimètre s'enfonce dans le jus.

Q13.

La plage de mesure du mustimètre correspond à une hauteur h_T immergée variant entre 1 cm et 14 cm.

$$h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}} \times S_T} - \frac{V_0}{S_T}$$

$$h_T = \left(\frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}} - V_0 \right) \times \frac{1}{S_T}$$

$$S_T \times h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}} - V_0$$

$$V_0 + S_T \times h_T = \frac{m_0}{\rho_{\text{jus}}}$$

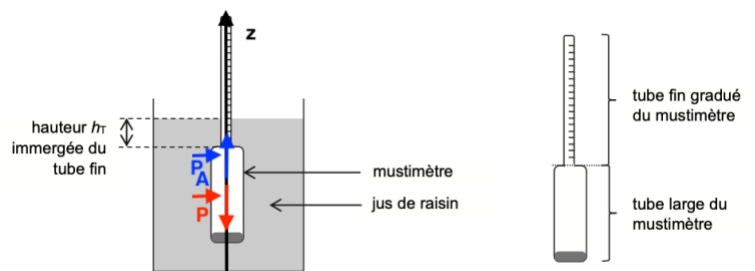


Figure 8. Schéma d'un mustimètre

$$\rho_{\text{jus}} \times (V_0 + S_T \times h_T) = m_0$$

$$\rho_{\text{jus}} = \frac{m_0}{V_0 + S_T \times h_T}$$

La masse volumique dépend de l'inverse de la hauteur h_T .

Ainsi, pour trouver la masse volumique minimale on prend la valeur de la hauteur h_T maximale soit 14 cm.

$$\rho_{\text{jus,min}} = \frac{55 \times 10^{-3}}{49 \times 10^{-3} \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-5} \times 14 \times 10^{-2}}$$

$$\rho_{\text{jus,min}} = 982 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Q14.

La masse volumique du jus de raisin diminue lorsque le degré de fermentation augmente.

La hauteur h_T dépend de l'inverse de la masse volumique du jus.

Ainsi, si masse volumique du jus de raisin devient trop petite et descend sous la valeur

$\rho_{\text{jus,min}} = 982 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$, h_T augmente trop et le mustimètre tombe dans le jus trop fermenté.