Métropole juin 2021 Sujet 1
CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/

CLASSE : Terminale	**EXERCICE 1** : commun à tous les candidats (10 points)
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ:** PHYSIQUE-CHIMIE
DURÉE DE L'EXERCICE : 1h45	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE 1 commun à tous les candidats
LE JEU DU CORNHOLE (10 points)

1.
1.1.
Ligne 15 : Vitesse v = (vx**2 + vz**2)**(1/2)
Ligne 16 : Energie cinétique Ec= 0.5*m*v**2
Ligne 17 : Energie potentielle de pesanteur Epp= m*g*z
Ligne 18 : Energie mécanique Em= 0.5*m*v**2 + m*g*z

1.2.
1.2.1.
Série 1 : Elle est au-dessus des deux autres. C'est la somme des deux autres : Energie mécanique ($E_M=E_C+E_p$)

Série 3 : Energie potentielle de pesanteur. L'altitude z augmente au début du lancer. L'énergie potentielle de pesanteur augmente également.

Série 2 : L'énergie cinétique car lorsque le sac gagne en altitude, sa vitesse diminue.

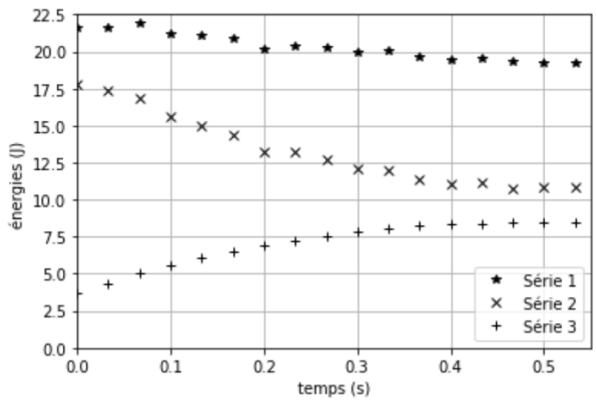


Figure 3. Évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du sac au cours du temps obtenue à l'aide du programme écrit en langage python

1.2.2.
L'énergie mécanique (Série 1) diminue au cours du temps. Elle ne se conserve pas : l'action de l'air (les frottements) sur le sac n'est pas négligeable devant le poids du sac.

1.2.3.

$$E_{c(0)} = \frac{1}{2} m \times v_0^2$$
$$\frac{1}{2} m \times v_0^2 = E_{c(0)}$$
$$v_0^2 = \frac{2 \times E_{c(0)}}{m}$$
$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times E_{c(0)}}{m}}$$
$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 18}{440 \times 10^{-3}}}$$
$$v_0 = 9{,}0\ m.s^{-1}$$

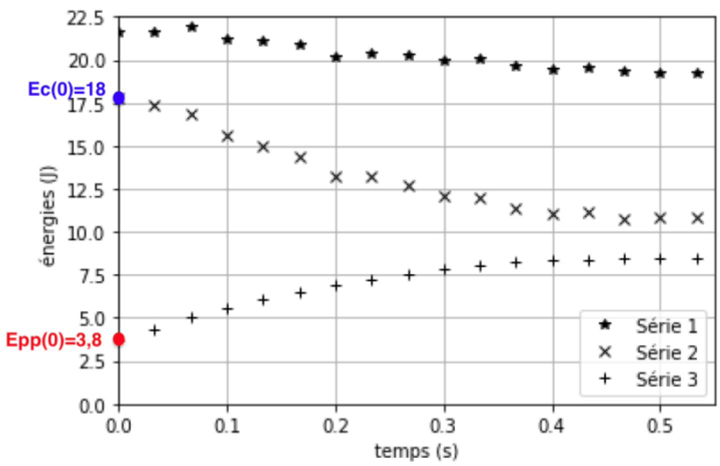


Figure 3. Évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du sac au cours du temps obtenue à l'aide du programme écrit en langage python

1.2.4.

$$E_{pp} = m \times g \times z$$
$$E_{pp(0)} = m \times g \times H$$
$$m \times g \times H = E_{pp(0)}$$
$$H = \frac{E_{pp(0)}}{m \times g}$$
$$H = \frac{3{,}8}{440 \times 10^{-3} \times 9{,}8}$$
$$H = 0{,}88 \text{ m}$$

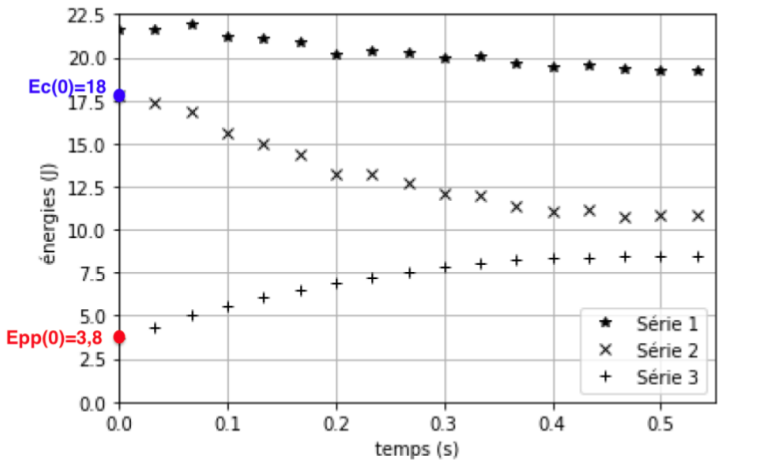


Figure 3. Évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du sac au cours du temps obtenue à l'aide du programme écrit en langage python

2.

2.1.

Système : sac

Référentiel terrestre supposé galiléen.

D'après la deuxième loi de newton :

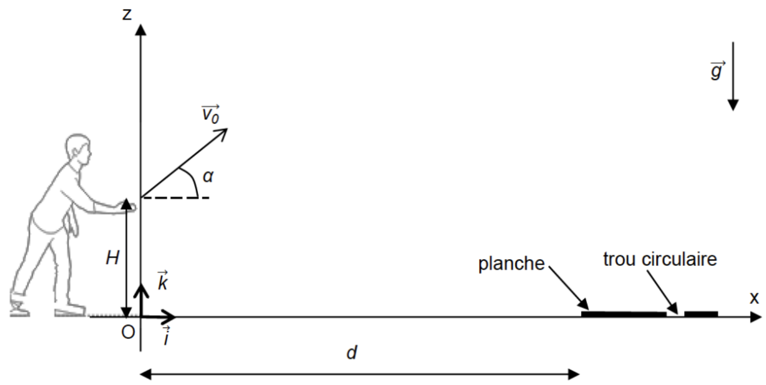
$$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\vec{a}$$
$$m\vec{g} = m\vec{a}$$
$$\vec{g} = \vec{a}$$

Or

$$\vec{g} \left| \begin{matrix} 0 \\ -g \end{matrix} \right.$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{a} \left| \begin{matrix} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{matrix} \right.}$$



2.2.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v} \left| \begin{matrix} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{matrix} \right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$$\vec{v}_0 \left| \begin{matrix} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{matrix} \right.$$

d'ou

$$\boxed{\vec{v} \left| \begin{matrix} v_{x(t)} = v_0 \cos\alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{matrix} \right.}$$

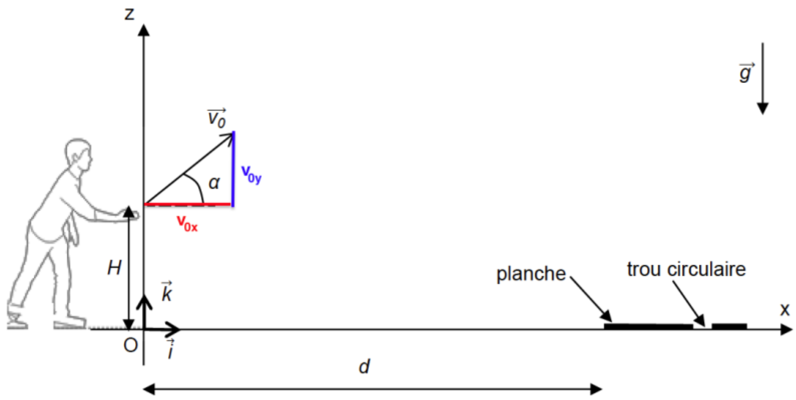


Figure 1. Schéma représentant la situation du lancer du sac

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{array} \right.$$

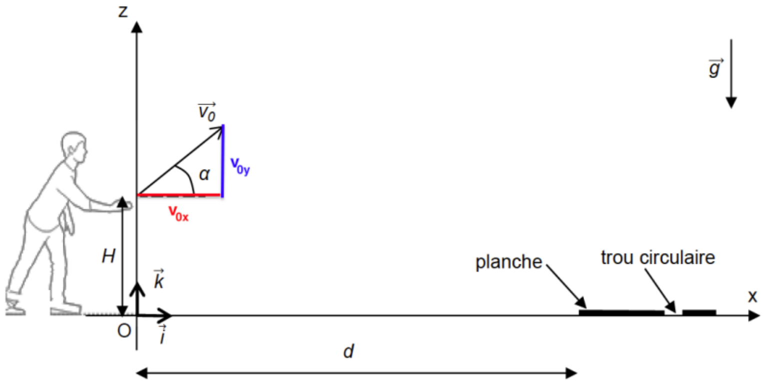


Figure 1. Schéma représentant la situation du lancer du sac

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OM}_0$

$$\overrightarrow{OM}_0 \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{array} \right.$$

d'ou

$$\boxed{\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + H \end{array} \right.}$$

2.3.

On isole t :

$$x = v_0 \cos(\alpha) \times t$$

$$v_0 \cos(\alpha) \times t = x$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

On remplace t dans z :

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + H$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + H$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x.\tan(\alpha) + H$$

z(x) est de la forme $z(x)=ax^2+bx+c$: la trajectoire est une parabole.

2.4.

Paramètres initiaux de lancement sur lesquels le joueur peut avoir une influence et qui jouent un rôle pour la réussite d'un lancer à trois points :

- H
- α
- v_0

2.5.

« À chaque fois qu'un sac retombe sur la planche, le joueur marque un point ; si le sac passe par le trou circulaire, le joueur marque trois points. »

Il faut donc trouver x quand le sac touche le sol : quand z=0.

$$z(x) = -0{,}0842\, x^2 + 0{,}625\, x + 0{,}880$$

$$0 = -0{,}0842\, x^2 + 0{,}625\, x + 0{,}880$$

$$-0{,}0842\, x^2 + 0{,}625\, x + 0{,}880 = 0$$

Résolvons cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

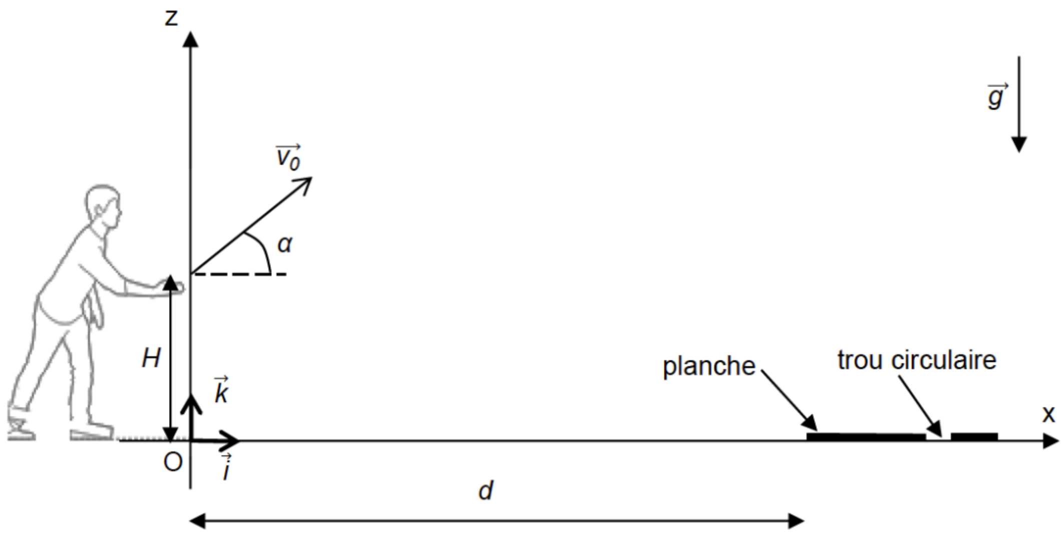
$$\Delta = (0{,}625)^2 - 4 \times -0{,}0842 \times 0{,}880$$

$$\Delta = 0{,}687$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{-0{,}625 + \sqrt{0{,}687}}{2 \times -0{,}0842}$$
$$x_1 = -1{,}21\ \mathrm{m}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-0{,}625 - \sqrt{0{,}687}}{2 \times -0{,}0842}$$
$$x_2 = 8{,}63\ \mathrm{m}$$

On ne garde que la valeur positive : $x_{sol} = 8{,}63\ \mathrm{m}$



« Chaque joueur est muni de quatre petits sacs contenant du maïs qu'il doit lancer en direction d'une planche inclinée par rapport à l'horizontale munie d'un trou circulaire et située environ à 8 mètres du joueur. »
$d = 8\ \mathrm{m}$
or $x_{sol} = 8{,}63\ \mathrm{m}$
Le sac tombe 0,63m après le début de la planche.

Les dimensions de la planche sont précisées sur la figure 4 ci-dessous :

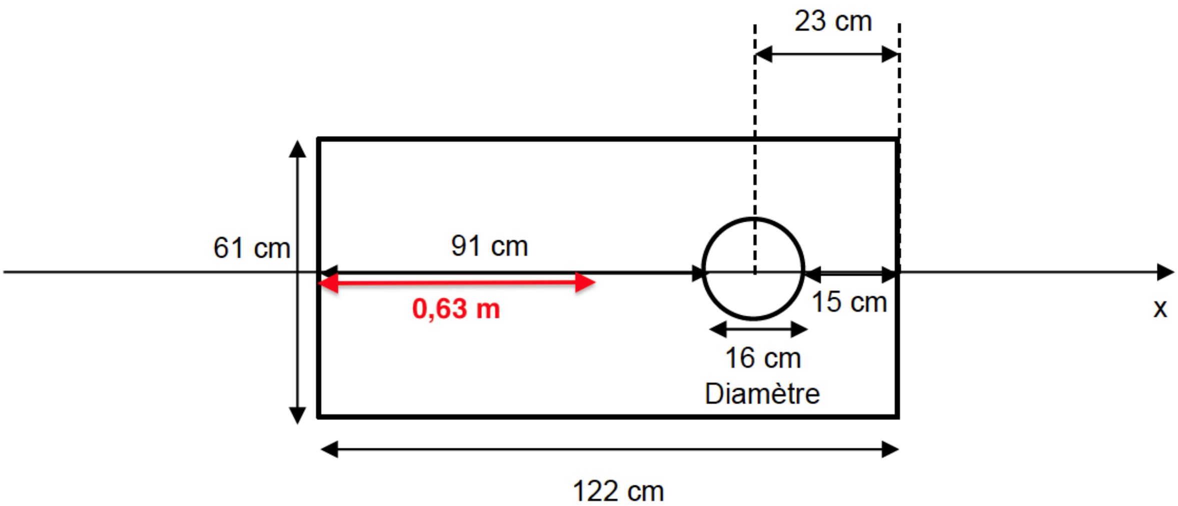


Figure 4. Dimensions de la planche de Cornhole

Le sac arrive sur la planche mais pas dans le trou.
« À chaque fois qu'un sac retombe sur la planche, le joueur marque un point ; si le sac passe par le trou circulaire, le joueur marque trois points. »
Il marque donc un point.

2.6.
« Le joueur effectue un second lancer en conservant le même angle de tir α, la même hauteur initiale H »
Trouvons α et H :

$$z(x) = -0{,}0842\,x^2 + 0{,}625\,x + 0{,}880$$
$$z(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x.\tan(\alpha) + H$$

Par identification
- $H = 0{,}880\ \text{m}$
- $\tan(\alpha) = 0{,}625$
  $\alpha = \arctan(0{,}625)$
  $\alpha = 32°$

Le sac tombe directement dans le trou :
$$d + 0{,}91 < x_{trou} < d + 0{,}91 + 0{,}16$$
$$8 + 0{,}91 < x_{trou} < 8 + 0{,}91 + 0{,}16$$
$$8{,}91\ \text{m} < x_{trou} < 9{,}07\ \text{m}$$

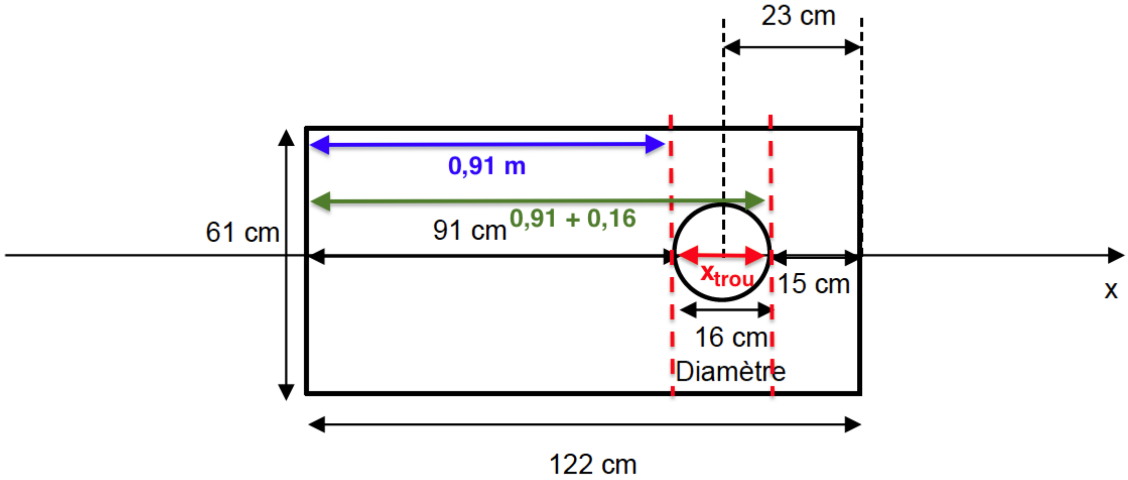


Figure 4. Dimensions de la planche de Cornhole

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x.\tan(\alpha) + H$$
$$z(x_{trou}) = -\frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x_{trou}.\tan(\alpha) + H$$
$$0 = -\frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x_{trou}.\tan(\alpha) + H$$
$$\frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} = x_{trou}.\tan(\alpha) + H$$
$$\frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{(x_{trou}.\tan(\alpha) + H)} = v_0^2\cos^2(\alpha)$$
$$v_0^2 = \frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{(x_{trou}.\tan(\alpha) + H) \times \cos^2(\alpha)}$$
$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2}g\frac{x_{trou}^2}{(x_{trou}.\tan(\alpha) + H) \times \cos^2(\alpha)}}$$

Avec $x_{trou} = 8{,}91\ \text{m}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{8{,}91^2}{(8{,}91.\tan(32) + 0{,}880) \times \cos^2(32)}}$$

$v_0 = 9{,}16\ \mathrm{m.s^{-1}}$

Avec $x_{trou} = 9{,}07\mathrm{m}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{9{,}07^2}{(9{,}07.\tan(32) + 0{,}880) \times \cos^2(32)}}$$

$v_0 = 9{,}26\ \mathrm{m.s^{-1}}$

Soit $9{,}16\ \mathrm{m.s^{-1}} < v_0 < 9{,}26\ \mathrm{m.s^{-1}}$

Commenter la valeur obtenue :

$9{,}16 \times 3{,}6 < v_0 < 9{,}26 \times 3{,}6$

$33{,}0\ \mathrm{km.h^{-1}} < v_0 < 33{,}3\ \mathrm{km.h^{-1}}$

La valeur du lancer est élevée.