

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 0h53

EXERCICE 2 : 5 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

EXERCICE 2 : La physique s'invite sur un terrain de rugby

Partie A – Étude dynamique d'une chandelle

1.

Système {sphère métallique}

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Or

$$\vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right.$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{array} \right.$$

2.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{array} \right.$$

Or

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{array} \right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise \vec{v}_0

$$\vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

D'où

$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = v_0 \cos \alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

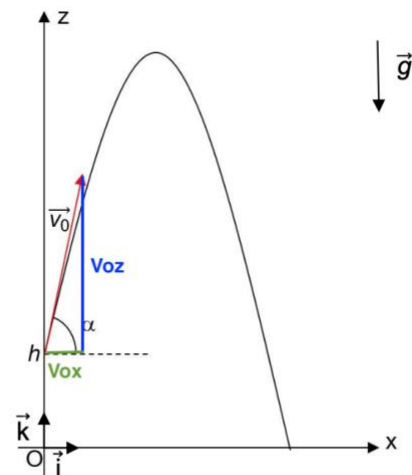


Figure 1 – Schéma de la situation lors de la chandelle

Or

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{array} \right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise \vec{OG}_0

$$\vec{OG}_0 \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{array} \right.$$

d'où

$$\vec{OG} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h \end{array} \right.$$

3.

Le vol du ballon jusqu'à ce qu'il touche le sol est le temps pour lequel $z=0$

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$$

$$z(t_{\text{sol}}) = -\frac{1}{2}gt_{\text{sol}}^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t_{\text{sol}} + h$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times t_{\text{sol}}^2 + \frac{20,5}{3,6} \sin(70) \times t_{\text{sol}} + 90 \times 10^{-2}$$

$$0 = -4,905 \times t_{\text{sol}}^2 + 5,35 \times t_{\text{sol}} + 9,0 \times 10^{-1}$$

C'est une équation du second degré :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (5,35)^2 - 4 \times -4,905 \times 9,0 \times 10^{-1}$$

$$\Delta = 46,3$$

$$t_{\text{sol1}} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{\text{sol1}} = \frac{-(5,35) + \sqrt{46,3}}{2 \times -4,905}$$

$$t_{\text{sol1}} = -1,48 \times 10^{-1} \text{ s}$$

Or t est positif

$$t_{\text{sol2}} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{\text{sol2}} = \frac{-(5,35) - \sqrt{46,3}}{2 \times -4,905}$$

$$t_{\text{sol2}} = 1,24 \text{ s}$$

On garde la valeur positive de t_{sol} soit 1,24 s.

Il y'a une erreur sur le sujet (j'ai vérifié plusieurs fois)

Il faut lire $v_0 = 20,5 \text{ m.s}^{-1}$ et non $v_0 = 20,5 \text{ km.h}^{-1}$ on retrouve 3,97s.

$$z(t_{\text{sol}}) = -\frac{1}{2}gt_{\text{sol}}^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t_{\text{sol}} + h$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times t_{\text{sol}}^2 + 20,5 \sin(70) \times t_{\text{sol}} + 90 \times 10^{-2}$$

$$0 = -4,905 \times t_{\text{sol}}^2 + 19,26 \times t_{\text{sol}} + 9,0 \times 10^{-1}$$

C'est une équation du second degré :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (19,26)^2 - 4 \times -4,905 \times 9,0 \times 10^{-1}$$

$$\Delta = 371$$

$$t_{\text{sol1}} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{\text{sol1}} = \frac{-(19,26) + \sqrt{371}}{2 \times -4,905}$$

$$t_{\text{sol1}} = -1,39 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Or t est positif

$$t_{\text{sol2}} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{\text{sol2}} = \frac{-(19,26) - \sqrt{371}}{2 \times -4,905}$$

$$t_{\text{sol2}} = 3,94 \text{ s}$$

4.

Calculons l'altitude (z) du ballon lorsque le joueur le récupère (au bout de 3,82 s).

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$$

$$z(t = 3,82) = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times 3,82^2 + 20,5 \sin(70) \times 3,82 + 90 \times 10^{-2}$$

$$z(t = 3,82) = 2,9 \text{ m}$$

5.

Julien Marchand a tapé le ballon, puis a sprinté vers le ballon avec une vitesse moyenne de 25,7 km·h⁻¹

Méthode 1 :

Calculons la distance horizontale parcourue par Julien Marchand en 3,82 s :

$$v = \frac{d}{t}$$

$$\frac{d}{t} = v$$

$$d = v \times t$$

$$d = \frac{25,7}{3,6} \times 3,82$$

$$d = 27,3 \text{ m}$$

Calculons la distance horizontale parcourue par le ballon en 3,82 s (avec $v_0 = 20,5 \text{ m.s}^{-1}$) :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t$$

$$x(t = 3,82) = 20,5 \times \cos(70) \times 3,82$$

$$x(t = 3,82) = 26,8 \text{ m}$$

La distance horizontale parcourue par Julien Marchand est supérieure à la distance horizontale parcourue par le ballon : Julien Marchand aurait été capable de réussir la chandelle étudiée dans les questions précédentes

Méthode 2 :

Calculons vitesse horizontale du ballon (avec $v_0 = 20,5 \text{ m.s}^{-1}$) :

$$v_{x(t)} = v_0 \times \cos \alpha$$

$$v_{x(t)} = 20,5 \times \cos (70)$$

$$v_{x(t)} = 7,0 \text{ m.s}^{-1}$$

Calculons vitesse horizontale de Julien Marchand :

$$v = \frac{25,7}{3,6}$$

$$v = 7,1 \text{ m.s}^{-1}$$

La vitesse horizontale de Julien Marchand est supérieure à la vitesse horizontale de ballon : Julien Marchand aurait été capable de réussir la chandelle étudiée dans les questions précédentes.

Partie B – Étude énergétique d'une chandelle

6.

Dans l'extrait du code Python (figure 2, ligne 8), la masse du ballon est donnée : $m = 0.440 \text{ kg}$

```
...  
7 # Déclaration des constantes  
8 m = 0.440 # en kg  
9 g = 9.81 # en N/kg  
...  
25 # Calcul des énergies  
26 ... = (vx**2 + vz**2)**(1/2)  
27 ... = 0.5 * m * v**2  
28 Ep = ..... # Ep = 0 si z = 0  
29 Em = .....
```

Figure 2 – Extrait du programme écrit en langage Python

7.

Ligne 26 : $\dots = (v_x^{**2} + v_z^{**2})^{**}(1/2)$

La grandeur calculée est la vitesse du ballon : $v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$

Ligne 27 : $\dots = 0.5 * m * v^{**2}$

La grandeur calculée est l'énergie cinétique du ballon: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

8.

Ligne 27 : $E_c = 0.5 * m * v^{**2}$

Ligne 28 : $E_p = m * g * z$

Ligne 29 : $E_m = E_c + E_p$

9.

$E_m = E_c + E_p$

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

La courbe de l'énergie mécanique est donc au-dessus des courbes de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur : courbe 1.

$$E_{pp} = m \times g \times z$$

Calculons l'énergie potentielle de pesanteur à l'instant initial :

$$E_{pp}(0) = m \times g \times z_0$$

$$E_{pp}(0) = m \times g \times h$$

$$E_{pp}(0) = 0,440 \times 9,81 \times 90 \times 10^{-2}$$

$$E_{pp}(0) = 3,9 \text{ J}$$

L'énergie potentielle de pesanteur initiale est de 3,9 J :

Courbe 3

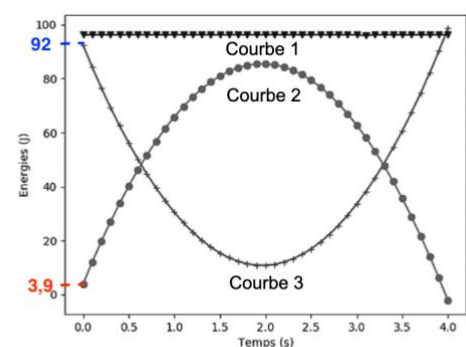


Figure 3 – Évolution temporelle des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

Calculons l'énergie cinétique à l'instant initial (avec $v_0 = 20,5 \text{ m.s}^{-1}$) :

$$E_c(0) = \frac{1}{2} \times 0,440 \times 20,5^2$$

$$E_c(0) = 92 \text{ J}$$

L'énergie cinétique initiale est de 92 J : Courbe 2

10.

Dans la modélisation numérique, l'énergie mécanique du ballon reste constante au cours du temps. Les frottements de l'air sont donc négligés, conformément à l'hypothèse formulée au début de l'exercice : « les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables ».

11.

D'après le sujet : les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables. Ainsi l'énergie mécanique se conserve :

$$E_m(R) = E_m(0)$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_R^2 + m \times g \times z_R = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_R^2 + m \times g \times z_R = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$m \times \left(\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R \right) = m \times \left(\frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h \right)$$

$$\cancel{m} \times \left(\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R \right) = \cancel{m} \times \left(\frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h \right)$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h - g \times z_R$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times (h - z_R)$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times (h - z_R)$$

$$v_R^2 = v_0^2 + 2 \times g \times (h - z_R)$$

$$v_R = \sqrt{v_0^2 + 2 \times g \times (h - z_R)}$$

(avec $v_0 = 20,5 \text{ m.s}^{-1}$) :

$$v_R = \sqrt{20,5^2 + 2 \times 9,81 \times (90 \times 10^{-2} - 2,90)}$$

$$v_R = 19,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_R = 19,5 \times 3,6$$

$$v_R = 70,2 \text{ km.h}^{-1}$$

Lorsqu'il est récupéré par le joueur, la vitesse du ballon est de 70,2 km·h⁻¹.