

**CLASSE :** Terminale

**VOIE :** ☒ Générale

**DURÉE DE L'ÉPREUVE :** 0h53

**EXERCICE A :** au choix du candidat (5 points)

**ENSEIGNEMENT :** physique-chimie

**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

## EXERCICE 2

### Protection des crapauds

**Q1.**

Système : crapaud

Référentiel terrestre supposé galiléen.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m \vec{a}_G$$

$$m \vec{g} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{g} = \vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

Or

$$\vec{g} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$$

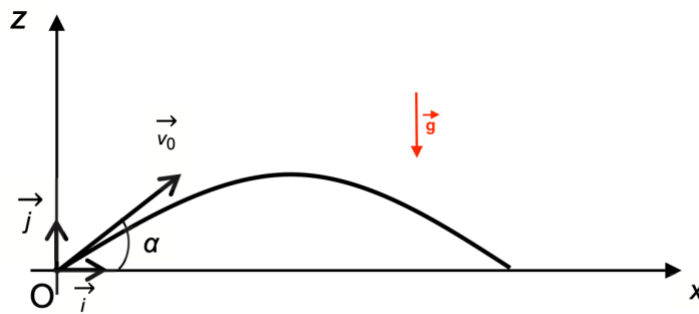


Figure 1. Modélisation du saut du crapaud

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_{x(t)} = 0 \\ a_{z(t)} = -g \end{cases}$$

**Q2.**

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{z(t)} = -gt + C_2 \end{cases}$$

Pour trouver les constantes, on utilise  $\vec{v}_0$

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

d'où

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_{x(t)} = v_0 \cos \alpha \\ v_{z(t)} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

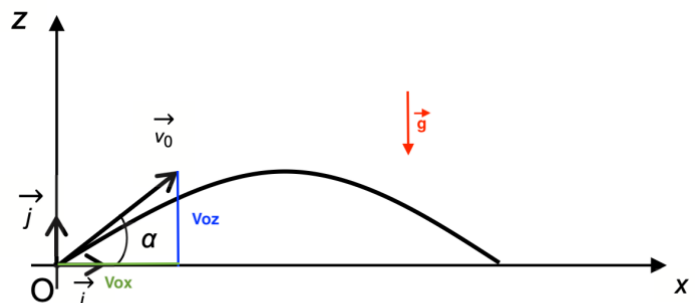


Figure 1. Modélisation du saut du crapaud

**Q3.**

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{cases}$$

Pour trouver les constantes, on utilise  $\vec{OG}_0$

$$\vec{OG}(0) \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

d'où

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

**Q4.**

La durée du saut du crapaud correspond au temps pour lequel le crapaud retombe au sol :  $z(t_{\text{saut}})=0$

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$$

$$z(t_{\text{saut}}) = -\frac{1}{2} \times g \times t_{\text{saut}}^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t_{\text{saut}}$$

$$0 = t_{\text{saut}} \times \left( -\frac{1}{2} \times g \times t_{\text{saut}} + v_0 \times \sin(\alpha) \right)$$

Un produit de facteur est nul si et seulement si un des facteurs est nul :

$t_{\text{saut}} = 0$  : valeur du temps correspondant au début du saut, solution qu'on ne gardera donc pas.

$$-\frac{1}{2} \times g \times t_{\text{saut}} + v_0 \times \sin(\alpha) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \times g \times t_{\text{saut}} = -v_0 \times \sin(\alpha)$$

$$\frac{1}{2} \times g \times t_{\text{saut}} = v_0 \times \sin(\alpha)$$

$$t_{\text{saut}} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

**Q5.**

$$x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t$$

Pour  $t_{\text{saut}}$  :  $x(t_{\text{saut}}) = d$

$$t_{\text{saut}} = \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$x(t_{\text{saut}}) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t_{\text{saut}}$$

$$d = v_0 \times \cos(\alpha) \times \frac{2 \times v_0 \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$d = \frac{2 \times v_0^2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}{g}$$

$$\frac{2 \times v_0^2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}{g} = d$$

$$v_0^2 = \frac{d \times g}{2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha)}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \times d}{2 \sin(\alpha) \times \cos(\alpha)}}$$

**Q6.**

Saut d'une longueur de 20 fois leur taille :  $d = 20 \times 10 \times 10^{-2} = 2 \text{ m}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,81 \times 2}{2 \sin(45) \times \cos(45)}}$$

$$v_0 = 4,4 \text{ m.s}^{-1}$$

**Q7.**

**Méthode 1 : avec les équations horaires**

$z_{\max}$  pour  $\alpha = 90^\circ$

De plus, l'altitude est maximale lorsque  $v_{z(t_{\max})} = 0$  (le crapaud ne monte plus) :

$$v_z(t) = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$v_{z(t_{\max})} = -gt_{\max} + v_0 \sin 90^\circ$$

$$0 = -gt_{\max} + v_0$$

$$gt_{\max} = v_0$$

$$t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

Or

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t$$

$$z_{\max} = -\frac{1}{2} \times g \times t_{\max}^2 + v_0 \times \sin(90) \times t_{\max}$$

$$z_{\max} = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \times \sin(90) \times \frac{v_0}{g}$$

$$z_{\max} = -\frac{1}{2} \times g \times \frac{v_0^2}{g^2} + v_0 \times \frac{v_0}{g}$$

$$z_{\max} = -\frac{1}{2} \times \frac{v_0^2}{g} + \frac{v_0^2}{g}$$

$$z_{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{v_0^2}{g}$$

$$z_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

### Méthode 2 : avec le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

$$E_{C \text{ finale}} - E_{C \text{ initiale}} = W_{AB}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_{\text{finale}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \times g \times (z_0 - z_{\text{max}})$$

Avec  $v_{\text{finale}} = 0$  (le crapaud ne monte plus) et  $z_0 = 0$

$$0 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \times g \times (0 - z_{\text{max}})$$

$$-\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -m \times g \times z_{\text{max}}$$

$$z_{\text{max}} = \frac{1}{2} \frac{m \cdot v_0^2}{m \times g}$$

$$z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

**Méthode 3 :** Loi de conservation de l'énergie mécanique : nous sommes en chute libre, il n'y a pas de frottements, l'énergie mécanique se conserve.

$$E_{m(B)} = E_{m(0)}$$

$$E_{C(B)} + E_{pp(B)} = E_{C(0)} + E_{pp(0)}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 + m \times g \times z_B = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times z_0$$

Avec  $v_{\text{finale}} = v_B = 0$  (le crapaud ne monte plus) ,  $z_B = z_{\text{max}}$  et  $z_0 = 0$

$$0 + m \times g \times z_{\text{max}} = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + 0$$

$$z_{\text{max}} = \frac{1}{2} \frac{m \times v_0^2}{m \times g}$$

$$z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

**Q8.**

$$H_{\text{champion}} = z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$H_{\text{champion}} = \frac{4,4^2}{2 \times 9,81}$$

$$H_{\text{champion}} = 0,99 \text{ m}$$

**Q9.**

Dans notre modèle, nous n'avons pas pris en compte les forces de frottement, c'est pourquoi la hauteur des barrières est plus faible que  $H_{\text{champion}}$ .