CLASSE : Terminale	**EXERCICE 2** : 5 points
VOIE : ☒ Générale	**ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ :** PHYSIQUE-CHIMIE
DURÉE DE L'EXERCICE : 0h53	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE 2 : La physique s'invite sur un terrain de rugby

Partie A – Étude dynamique d'une chandelle

1.

Système {sphère métallique}
Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$
$\vec{P} = m\vec{a}$
$m\vec{g} = m\vec{a}$
$\vec{g} = \vec{a}$

Or

$\vec{g}\left|\begin{matrix}0\\-g\end{matrix}\right.$

Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{a}\left|\begin{matrix}a_{x(t)} = 0\\a_{z(t)} = -g\end{matrix}\right.}$$

2.

$\vec{a}\left|\begin{matrix}a_{x(t)} = 0\\a_{z(t)} = -g\end{matrix}\right.$

Or

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

On intègre le système d'équation précédent :

$\vec{v}\left|\begin{matrix}v_{x(t)} = C_1\\v_{z(t)} = -gt + C_2\end{matrix}\right.$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_0$

$\vec{v}_0\left|\begin{matrix}v_{0x} = v_0\cos\alpha\\v_{0z} = v_0\sin\alpha\end{matrix}\right.$

D'ou

$\vec{v}\left|\begin{matrix}v_{x(t)} = v_0\cos\alpha\\v_{z(t)} = -gt + v_0\sin\alpha\end{matrix}\right.$

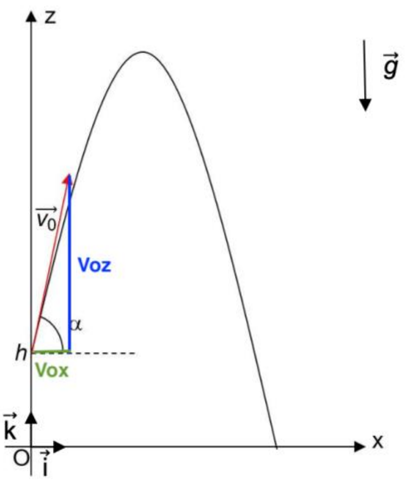

Figure 1 – Schéma de la situation lors de la chandelle

Or

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = \ v_0\cos(\alpha) \times t \ + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha) \times t \ + C_4 \end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{array}\right.$$

d'ou

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x(t) = \ v_0\cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha) \times t + h \end{array}\right.$$

3.

Le vol du ballon jusqu'à ce qu'il touche le sol est le temps pour lequel z=0

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha) \times t + h$$

$$z(t_{sol}) = -\frac{1}{2}g{t_{sol}}^2 + v_0\sin(\alpha) \times t_{sol} + h$$

$$0 = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times {t_{sol}}^2 + \frac{20{,}5}{3{,}6}\sin(70) \times t_{sol} + 90 \times 10^{-2}$$

$$0 = -4{,}905 \times {t_{sol}}^2 + 5{,}35 \times t_{sol} + 9{,}0 \times 10^{-1}$$

C'est une équation du second degré :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (5{,}35)^2 - 4 \times -4{,}905 \times 9{,}0 \times 10^{-1}$$

$$\Delta = 46{,}3$$

$$t_{sol1} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{sol1} = \frac{-(5{,}35) + \sqrt{46{,}3}}{2 \times -4{,}905}$$

$$t_{sol1} = -1{,}48 \ \times 10^{-1} \text{ s}$$

Or t est positif

$$t_{sol2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{sol2} = \frac{-(5{,}35) - \sqrt{46{,}3}}{2 \times -4{,}905}$$

$$t_{sol2} = 1{,}24 \text{ s}$$

On garde la valeur positive de t_{sol} soit 1,24 s.

Il y'a une erreur sur le sujet (j'ai vérifié plusieurs fois)

Il faut lire $v_0 = 20{,}5 \text{ m.s}^{-1}$ et non $v_0 = 20{,}5 \text{ km.h}^{-1}$ on retrouve 3,97s.

$$z(t_{sol}) = -\frac{1}{2}g{t_{sol}}^2 + v_0\sin(\alpha) \times t_{sol} + h$$

$0 = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times {t_{sol}}^2 + 20{,}5 \sin(70) \times t_{sol} + 90 \times 10^{-2}$
$0 = -4{,}905 \times {t_{sol}}^2 + 19{,}26 \times t_{sol} + 9{,}0 \times 10^{-1}$

C'est une équation du second degré :
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (19{,}26)^2 - 4 \times -4{,}905 \times 9{,}0 \times 10^{-1}$
$\Delta = 371$
$t_{sol1} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$t_{sol1} = \frac{-(19{,}26) + \sqrt{371}}{2 \times -4{,}905}$
$t_{sol1} = -1{,}39 \times 10^{-4}$ s
Or t est positif
$t_{sol2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
$t_{sol2} = \frac{-(19{,}26) - \sqrt{371}}{2 \times -4{,}905}$
$t_{sol2} = 3{,}94$ s

4.
Calculons l'altitude (z) du ballon lorsque le joueur le récupère (au bout de 3,82 s).
$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$
$z(t = 3{,}82) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 3{,}82^2 + 20{,}5 \sin(70) \times 3{,}82 + 90 \times 10^{-2}$
$z(t = 3{,}82) = 2{,}9$ m

5.
Julien Marchand a tapé le ballon, puis a sprinté vers le ballon avec une vitesse moyenne de 25,7 km·h^{-1}

Méthode 1 :
Calculons la distance horizontale parcourue par Julien Marchand en 3,82 s :
$v = \frac{d}{t}$
$\frac{d}{t} = v$
$d = v \times t$
$d = \frac{25{,}7}{3{,}6} \times 3{,}82$
$d = 27{,}3$ m

Calculons la distance horizontale parcourue par le ballon en 3,82 s (avec $v_0 = 20{,}5\ \mathrm{m.s^{-1}}$) :
$x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t$
$x(t = 3{,}82) = 20{,}5 \times \cos(70) \times 3{,}82$
$x(t = 3{,}82) = 26{,}8$ m

La distance horizontale parcourue par Julien Marchand est supérieure à la distance horizontale parcourue par le ballon : Julien Marchand aurait été capable de réussir la chandelle étudiée dans les questions précédentes

Méthode 2 :
Calculons vitesse horizontale du ballon (avec $v_0 = 20{,}5\ m.s^{-1}$) :
$v_{x(t)} = v_0 \times \cos\alpha$
$v_{x(t)} = 20{,}5 \times \cos(70)$
$v_{x(t)} = 7{,}0\ m.s^{-1}$

Calculons vitesse horizontale de Julien Marchand :
$v = \dfrac{25{,}7}{3{,}6}$
$v = 7{,}1\ m.s^{-1}$

La vitesse horizontale de Julien Marchand est supérieure à la vitesse horizontale de ballon : Julien Marchand aurait été capable de réussir la chandelle étudiée dans les questions précédentes.

Partie B – Étude énergétique d'une chandelle

6.
Dans l'extrait du code Python (figure 2, ligne 8), la masse du ballon est donnée : m = 0.440 kg

```
…
7  # Déclaration des constantes
8  m = 0.440   # en kg
9  g = 9.81    # en N/kg
…
25 # Calcul des énergies
26 … = (vx**2 + vz**2)**(1/2)
27 … = 0.5 * m * v**2
28 Ep = ………                # Ep = 0 si z = 0
29 Em = ………
```

Figure 2 – Extrait du programme écrit en langage Python

7.
Ligne 26 : … = (vx**2 + vz**2)**(1/2)
La grandeur calculée est la vitesse du ballon : $v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$

Ligne 27 : … = 0.5 * m * v**2
La grandeur calculée est l'énergie cinétique du ballon: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

8.
Ligne 27 : Ec = 0.5 * m * v**2
Ligne 28 : Ep = m * g * z
Ligne 29 : Em = Ec + Ep

9.
Em=Ec+Ep
L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.
La courbe de l'énergie mécanique est donc au-dessus des courbes de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur : courbe 1.

$E_{pp} = m \times g \times z$
Calculons l'énergie potentielle de pesanteur à l'instant initial :
$E_{pp}(0) = m \times g \times z_0$
$E_{pp}(0) = m \times g \times h$
$E_{pp}(0) = 0{,}440 \times 9{,}81 \times 90 \times 10^{-2}$
$E_{pp}(0) = 3{,}9\ J$
L'énergie potentielle de pesanteur initiale est de 3,9 J :
Courbe 2

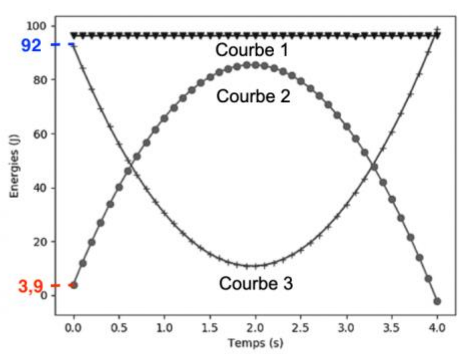

Figure 3 – Évolution temporelle des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

Calculons l'énergie cinétique à l'instant initial (avec $v_0 = 20{,}5\ m.s^{-1}$) :

$$E_c(0) = \frac{1}{2} \times 0{,}440 \times 20{,}5^2$$

$$E_c(0) = 92\ J$$

L'énergie cinétique initiale est de 92 J : Courbe 3

10.

Dans la modélisation numérique, l'énergie mécanique du ballon reste constante au cours du temps. Les frottements de l'air sont donc négligés, conformément à l'hypothèse formulée au début de l'exercice : « les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables ».

11.

D'après le sujet : les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables. Ainsi l'énergie mécanique se conserve :

$$E_m(R) = E_m(0)$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_R^2 + m \times g \times z_R = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_R^2 + m \times g \times z_R = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times h$$

$$m \times \left(\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R\right) = m \times \left(\frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h\right)$$

$$\cancel{m} \times \left(\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R\right) = \cancel{m} \times \left(\frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h\right)$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 + g \times z_R = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times h - g \times z_R$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times (h - z_R)$$

$$\frac{1}{2} \times v_R^2 = \frac{1}{2} \times v_0^2 + g \times (h - z_R)$$

$$v_R^2 = v_0^2 + 2 \times g \times (h - z_R)$$

$$v_R = \sqrt{v_0^2 + 2 \times g \times (h - z_R)}$$

(avec $v_0 = 20{,}5\ m.s^{-1}$) :

$$v_R = \sqrt{20{,}5^2 + 2 \times 9{,}81 \times (90 \times 10^{-2} - 2{,}90)}$$

$$v_R = 19{,}5\ m.s^{-1}$$

$$v_R = 19{,}5 \times 3{,}6$$

$$v_R = 70{,}2\ km.h^{-1}$$

Lorsqu'il est récupéré par le joueur, la vitesse du ballon est de 70,2 $km{\cdot}h^{-1}$.