Centres étrangers 2025 sujet 2 CORRECTION Yohan Atlan © www.vecteurbac.fr	
CLASSE : Terminale	**EXERCICE B** : 10 points
VOIE : ☒ Générale	
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ: Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques	
DURÉE DE L'EXERCICE : 30 min	**CALCULATRICE AUTORISÉE :** ☒Oui « type collège »

EXERCICE B – Préparation d'un biberon (10 points)

Q1.
Les trois modes de transfert thermique sont :
- La conduction
- La convection
- Le rayonnement

Q2.

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c}(T - T_{ext})$$
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c}T + \frac{h \times S}{m \times c}T_{ext}$$
$$\frac{dT}{dt} + \frac{h \times S}{m \times c}T = \frac{h \times S}{m \times c}T_{ext}$$

On a une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}T = \frac{1}{\tau}T_{ext}$$

Par identification :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{h \times S}{m \times c}$$

$$\tau = \frac{m \times c}{h \times S}$$

Le système étudié, de masse notée m, est constitué du biberon en polypropylène contenant un volume de lait V = 240 mL.

$$m = m_{biberon} + m_{lait}$$

$$\tau = \frac{(m_{biberon} + m_{lait}) \times c}{h \times S}$$

Or

$$\rho_{lait} = \frac{m_{lait}}{V}$$
$$\frac{m_{lait}}{V} = \rho_{lait}$$
$$m_{lait} = \rho_{lait} \times V$$

$$\tau = \frac{(m_{biberon} + \rho_{lait} \times V) \times c}{h \times S}$$

$$\tau = \frac{(37 \times 10^{-3} + 1{,}0 \times 240 \times 10^{-3}) \times 3{,}8 \times 10^{3}}{10 \times 2{,}5 \times 10^{-2}}$$

$$\tau = 4{,}2 \times 10^{3} s$$

La valeur du temps caractéristique τ est environ égale à $\tau = 4 \times 10^{3}$ s

Q3.

$T(t) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext}$

Dérivons $T(t)$:

$\frac{dT}{dt} = (T_i - T_{ext}) \times -\frac{h \times S}{m \times c}.e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t}$

Remplaçons les dans l'équation :

$\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c}(T(t) - T_{ext})$

$(T_i - T_{ext}) \times -\frac{h \times S}{m \times c}.e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} = -\frac{h \times S}{m \times c}\left((T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext} - T_{ext}\right)$

$-(T_i - T_{ext}) \times \frac{h \times S}{m \times c}.e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} = -\frac{h \times S}{m \times c}\left((T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t}\right)$

$-(T_i - T_{ext}) \times \frac{h \times S}{m \times c}.e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} = -(T_i - T_{ext}) \times \frac{h \times S}{m \times c}.e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t}$

La fonction $T(t) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext}$ est bien solution de l'équation différentielle.

Q4.

$T(t) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext}$

A l'instant initial t=0s

$T(t = 0) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times 0} + T_{ext}$

$T(t = 0) = (T_i - T_{ext}) + T_{ext}$

$T(t = 0) = T_i - T_{ext} + T_{ext}$

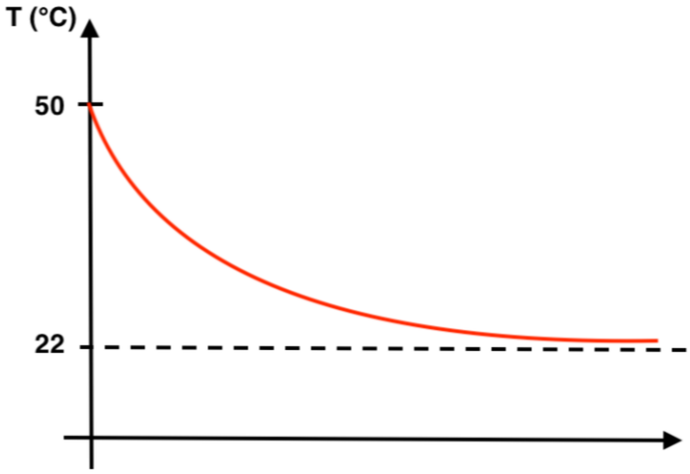
$T(t = 0) = T_i = 50°C$

Au bout d'une durée grande $t \to \infty$

$T(t \to \infty) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times \infty} + T_{ext}$

$T(t \to \infty) = (T_i - T_{ext}) \times 0 + T_{ext}$

$T(t \to \infty) = T_{ext} = 22°C$



$T(t) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext}$ est une fonction exponentielle décroissante partant de $T_i = 50°C$ et tendant vers $T_{ext} = 22°C$.

Q5.

Une seule des trois méthodes est demandé.

En utilisant la courbe précédente :
La courbe précédente est une fonction exponentielle décroissante. Au début la variation est importante. Plus la température s'approche de la température finale, plus les variations sont faibles. Ainsi, le refroidissement est de plus en plus lent au cours du temps.

En utilisant l'expression de l'équation différentielle :

$\frac{dT}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c}(T(t) - T_{ext})$

La dérivée $\frac{dT}{dt}$ est proportionnelle à l'écart $T(t) - T_{ext}$.
Au fur et à mesure du temps l'écart $T(t) - T_{ext}$ se réduit donc la dérivée diminue. Ainsi, le refroidissement est de plus en plus lent au cours du temps.

En utilisant la loi de Newton :
$\phi = h.S(\theta_{th} - \theta_{(t)})$
Le flux ϕ est proportionnelle à l'écart $T(t) - T_{ext}$.
Au fur et à mesure du temps l'écart $T(t) - T_{ext}$ se réduit donc la dérivée diminue. Ainsi, le refroidissement est de plus en plus lent au cours du temps.

Q6.

D'après les données la température du lait préconisée pour un nourrisson est T_f = 37 °C ;

$$T(t) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t} + T_{ext}$$
$$T(t_f) = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f} + T_{ext}$$
$$T_f = (T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f} + T_{ext}$$
$$(T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f} + T_{ext} = T_f$$
$$(T_i - T_{ext}).e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f} = T_f - T_{ext}$$
$$e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f} = \frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}$$

$$\ln\left(e^{-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f}\right) = \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$
$$-\frac{h\times S}{m\times c}\times t_f = \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$
$$t_f = -\frac{m\times c}{h\times S}\times \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$
$$t_f = -\frac{m\times c}{h\times S}\times \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$

Le système étudié, de masse notée m, est constitué du biberon en polypropylène contenant un volume de lait V = 240 mL.

$$m = m_{biberon} + m_{lait}$$
$$t_f = -\frac{(m_{biberon} + m_{lait})\times c}{h\times S}\times \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$

Or

$$\rho_{lait} = \frac{m_{lait}}{V}$$
$$\frac{m_{lait}}{V} = \rho_{lait}$$
$$m_{lait} = \rho_{lait}\times V$$

D'où

$$t_f = -\frac{(m_{biberon} + \rho_{lait}\times V)\times c}{h\times S}\times \ln\left(\frac{T_f - T_{ext}}{T_i - T_{ext}}\right)$$
$$t_f = -\frac{(37\times 10^{-3} + 1{,}0\times 240\times 10^{-3})\times 3{,}8\times 10^{3}}{10\times 2{,}5\times 10^{-2}}\times \ln\left(\frac{37 - 22}{50 - 22}\right)$$
$$t_f = 2{,}6\times 10^{3} s$$
$$t_f = 43 \text{ min } 47 s$$

Dans le cadre du modèle utilisé, la durée nécessaire pour que le biberon puisse être consommé par le nourrisson est de 44 min.

Q7.

D'après les données la température du lait préconisée pour un nourrisson est $T_f = 37\ °C$;

D'après la courbe expérimentale, la valeur de la durée de refroidissement du biberon pour atteindre la température préconisée est de 45 min.

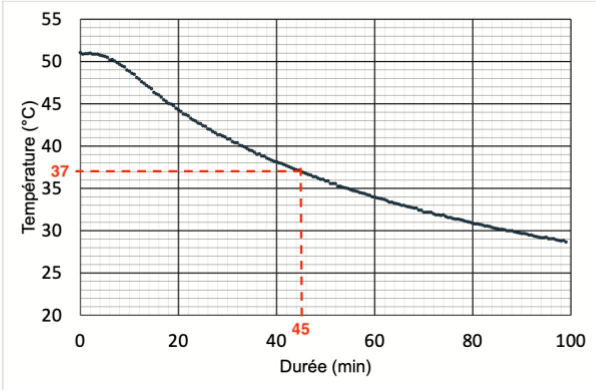


Figure 2. Évolution temporelle de la température mesurée au cœur du biberon

Le modèle utilisé dans l'exercice donne un résultat différent de l'expérience.

L'expérience montre qui faut attendre 45 min pour donner le biberon réchauffé alors que d'après les recommandations est qu'il doit être consommé dans la demi-heure. C'est donc impossible de suivre les recommandations sans que le bébé ne se brule.