

EXERCICE 3

Principe de l'accélérateur de Van de Graaff

Q1.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Or $q = e$

$$\vec{F} = e\vec{E}$$

\vec{F} et \vec{E} ont le même sens

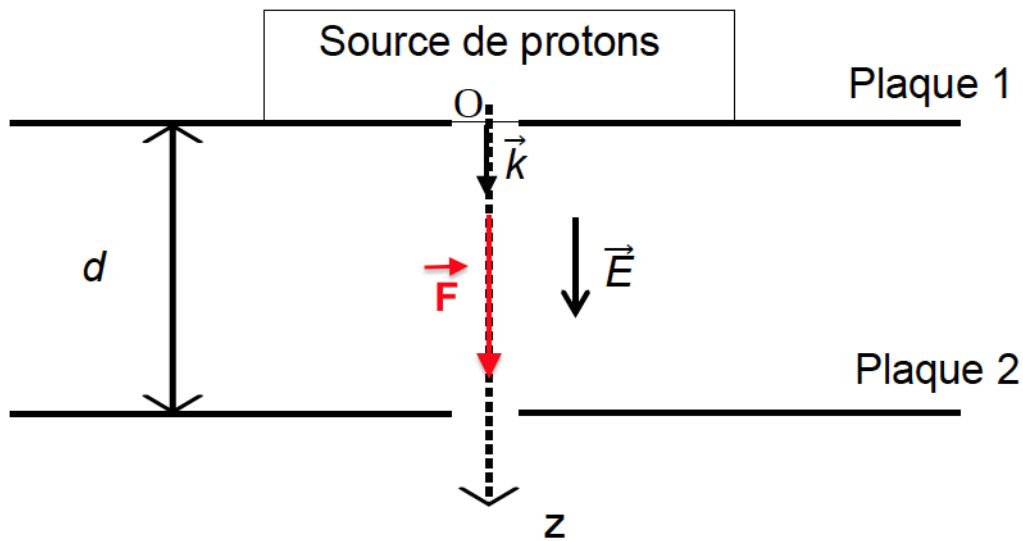


Figure 1. Schéma d'un accélérateur constitué du condensateur plan.

Q2.

$$P = m_p \times g$$

$$P = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81$$

$$P = 1,64 \times 10^{-26} \text{N}$$

$$F = e \times E$$

$$F = 1,6 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^6$$

$$F = 2,4 \times 10^{-13} \text{N}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{2,4 \times 10^{-13}}{1,64 \times 10^{-26}}$$

$$\frac{F}{P} = 1,5 \times 10^{13}$$

$F \gg P$: P est négligeable par rapport à la force électrostatique.

Q3.

Système : proton

Référentiel : terrestre supposé galiléen

D'après la seconde loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m_p \vec{a}$$

$$\vec{F} = m_p \vec{a}$$

$$e\vec{E} = m_p \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m_p}$$

Q4.

En projetant sur l'axe Ox :

$$E_z = E$$

D'où

$$a_z = \frac{eE_z}{m_p}$$

$$a_z = \frac{e \times E}{m_p}$$

$$a_z = \frac{eE}{m_p}$$

Or

$$a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Par intégration :

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t + C_1$$

Pour trouver la constante C_1 on utilise v_0 :

$$C_1 = v_0 = 0$$

D'où

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t$$

Q5.

Méthode 1 : (longue)

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t$$

Or

$$v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$$

Par intégration :

$$z(t) = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m_p} t^2 + C_2$$

Pour trouver la constante C_2 on utilise z_0 :

$$C_2 = z_0 = 0$$

D'où

$$z(t) = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m_p} t^2$$

Pour trouver v_2 il nous faut trouver t_s . Nous allons trouver t_2 avec l'équation $z(t)$: t_2 est le temps pour que l'électrons arrive à la plaque 2

$$z(t_2) = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m_p} t_2^2$$

Au temps t_2 l'électron a parcouru une distance :

$$z(t_2) = d$$

D'où

$$d = \frac{1}{2} \times \frac{eE}{m_p} t_2^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{eE}{m_p} t_2^2 = d$$

$$t_2^2 = \frac{2dm}{eE}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2dm_p}{eE}}$$

Trouvons v_s

$$v_2 = v_z(t_2) = \frac{eE}{m} t_2$$

$$v_2 = \frac{eE}{m} \times \sqrt{\frac{2dm_p}{eE}}$$

$$v_2 = \frac{eE}{m_p} \times \sqrt{\frac{2dm_p}{eE}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{e^2 E^2}{m_p^2} \times \frac{2dm_p}{eE}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{eE}{m_p} \times 2d}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{1,6 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}} \times 2 \times 2,9 \times 10^{-2}}$$

$$v_2 = 2,9 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Méthode 2 : (rapide)

Théorème de l'énergie cinétique : La variation d'énergie cinétique entre deux points O et S est égale à la somme des travaux des forces :

$$\Delta E_C = \Sigma W_{OS}(\vec{F})$$

$$E_{C \text{ finale}} - E_{C \text{ initiale}} = W_{OS}(\vec{F})$$

$$E_C(S) - E_C(O) = q \times U$$

$$\frac{1}{2} \times m_p \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times m_p \times v_0^2 = q \times U$$

$$\frac{1}{2} \times m_p \times v_2^2 - 0 = q \times U$$

$$v_2^2 = \frac{2 \times q \times U}{m_p}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times q \times U}{m_p}}$$

Or

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\frac{U}{d} = E$$

$$U = E \times d$$

Or

$$q = e$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times e \times E \times d}{m}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^6 \times 2,9 \times 10^{-2}}{1,67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_2 = 2,9 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'après l'énoncé : L'analyse d'objets d'art nécessite l'utilisation de protons ayant une vitesse comprise entre $2,3 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $3,1 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

v_2 est inférieur à $2,3 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: elle est insuffisante pour analyser un objet d'art.

Q6.

$$v_z(t) = \frac{eE}{m}t$$

Argument 1 : v_z dépend de e , E et m . Ces paramètres restants inchangé, l'expression de la coordonnée du vecteur vitesse $v_z(t)$ dans le deuxième condensateur est donc la même qu'à la question 4.

Argument 2 : (non demandé) : la force est identique, les conditions initiales sont identiques l'expression de la coordonnée du vecteur vitesse $v_z(t)$ dans le deuxième condensateur est donc la même qu'à la question 4.

Q7.

Théorème de l'énergie cinétique : La variation d'énergie cinétique entre deux points O et S est égale à la somme des travaux des forces :

$$\Delta E_C = \Sigma W_{OS}(\vec{F})$$

$$E_{C \text{ finale}} - E_{C \text{ initiale}} = W(\vec{F})$$

Avec

- $E_{C \text{ initiale}} = 0$ J car il n'a pas de vitesse initiale.
- $W(\vec{F}) = q \cdot U$ données de l'énoncé

$$E_{C \text{ finale}} = q \cdot U$$

$$E_{C \text{ finale}} = e \cdot U$$

Q8.

$$E_{C \text{ finale}} = e \cdot U$$

$$\frac{1}{2} \times m_p \times v_f^2 = e \times U$$

$$\frac{1}{2} \times m_p \times v_f^2 = e \times U$$

$$v_f^2 = \frac{2 \times e \times U}{m_p}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m_p}}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 3,0 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_f = 2,4 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'après l'énoncé : L'analyse d'objets d'art nécessite l'utilisation de protons ayant une vitesse comprise entre $2,3 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $3,1 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

v_f est compris dans l'intervalle : elle permet l'analyse d'un objet d'art.