

CLASSE : Terminale

EXERCICE 1 : 11 points

VOIE :  Générale

ENSEIGNEMENT : physique-chimie

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h56

CALCULATRICE AUTORISÉE :  Oui sans mémoire, « type collègue »

## EXERCICE 1 Compétition de saut d'obstacles en Hobby Horse

## 1. Annonce de la compétition de hobby horse diffusée par le mégaphone d'une voiture.

## Q1.

Une onde émise avec une fréquence  $f_e$  est perçue avec une fréquence  $f_r$  différente de  $f_e$  lorsque l'émetteur et le récepteur sont en déplacement relatif : c'est l'effet Doppler.

## Q2.

$$f_R = \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v} \times f_E$$

$$v_{\text{son}} > v_{\text{son}} - v$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v} > 1$$

$$f_R = \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v} \times f_E$$

$$f_R > f_E$$

La fréquence sonore perçue  $f_R$  est supérieure à la fréquence sonore émise  $f_E$  : La fréquence sonore perçue  $f_R$  est donc plus aiguë que la fréquence sonore émise  $f_E$ .

## Q3.

$$f_R = \frac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v} \times f_E$$

$$f_R \times (v_{\text{son}} - v) = v_{\text{son}} \times f_E$$

$$(v_{\text{son}} - v) = \frac{v_{\text{son}} \times f_E}{f_R}$$

$$v_{\text{son}} - v = \frac{v_{\text{son}} \times f_E}{f_R}$$

$$-v = \frac{v_{\text{son}} \times f_E}{f_R} - v_{\text{son}}$$

$$v = -\frac{v_{\text{son}} \times f_E}{f_R} + v_{\text{son}}$$

$$v = -\frac{340 \times 440}{448} + 340$$

$$v = 6,07 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 6,07 \times 3,6$$

$$v = 21,9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

La vitesse est inférieure à la vitesse maximale autorisée de  $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  : la voiture respecte la vitesse maximale autorisée.

## 2. Préparation avant la compétition de hobby horse.

Q4.

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Lorsque  $\theta$  est petit, on considère que  $\tan(\theta) \approx \theta$  :

$$\tan(\theta) = \frac{d}{2D}$$

$$\theta = \frac{d}{2D}$$

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\theta = \frac{L}{2D}$$

$$\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$$

$$a \times \frac{L}{2D} = \lambda$$

$$a = \frac{2D \times \lambda}{L}$$

Q5.

$$a = \frac{2D \times \lambda}{L}$$

$$a = \frac{2 \times 2,00 \times 650 \times 10^{-9}}{1,80 \times 10^{-2}}$$

$$a = 1,44 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$a = 144 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$a = 144 \text{ } \mu\text{m}$$

Q6.

$$u(a) = a \times \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

$$u(a) = 144 \times 10^{-6} \times \sqrt{\left(\frac{10 \times 10^{-9}}{650 \times 10^{-9}}\right)^2 + \left(\frac{0,05 \times 10^{-2}}{1,80 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{2,00}\right)^2}$$

$$u(a) = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$u(a) = 5 \text{ } \mu\text{m}$$

Pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient  $\left| \frac{x - x_{\text{ref}}}{u(x)} \right|$  avec  $x$  la valeur mesurée,  $x_{\text{ref}}$  la valeur de référence et  $u(x)$  l'incertitude-type associée à la valeur mesurée  $x$  ;

$$z = \left| \frac{a - a_{\text{ref}}}{u(a)} \right|$$

$$z = \left| \frac{140 - 144}{5} \right|$$

$$z = 0,8$$

$z < 2$  : le résultat de la réponse est en accord avec la valeur de référence. Ainsi, le diamètre du crin synthétique choisi convient pour simuler le crin réel d'un cheval dont le diamètre de référence est égal à  $140 \mu\text{m}$ .

### 3. Étude cinématique du saut d'obstacles en hobby horse.

**Q7.**

Système { hobbyhorseur }

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

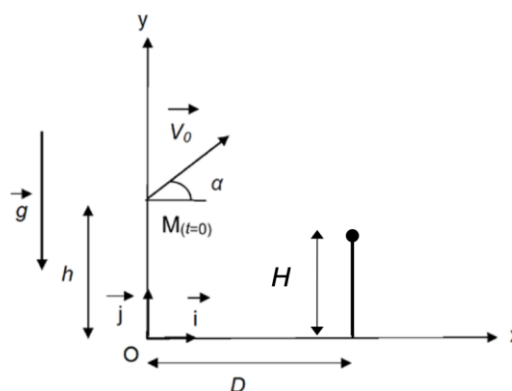
$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Or

$$\vec{g} \left| \begin{array}{l} 0 \\ -g \end{array} \right.$$



Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_{x(t)} = 0 \\ a_{y(t)} = -g \end{array} \right.$$

**Q8.**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

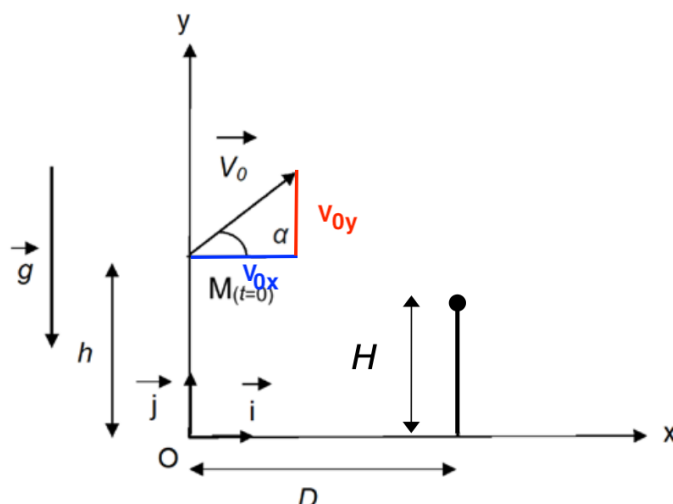
$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = C_1 \\ v_{y(t)} = -gt + C_2 \end{array} \right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise  $\vec{v}_0$

$$\vec{v}_0 \left| \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

D'où

$$\vec{v} \left| \begin{array}{l} v_{x(t)} = v_0 \cos \alpha \\ v_{y(t)} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$



$$\text{Or } \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{cases}$$

Pour trouver les constantes, on utilise  $\vec{OG}_0$

$$\vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$$

d'où

$$\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h \end{cases}$$

**Q9.**

$$x = v_0 \cos(\alpha) \times t$$

$$v_0 \cos(\alpha) \times t = x$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + h$$

**Q10.**

Pour déterminer si le hobbyhorseur franchira ou non la barre d'obstacle horizontale, placée à une hauteur  $H = 1,00$  m du sol, il faut calculer son altitude  $y$  pour la distance  $D$  entre le point  $O$  et la base du support de la barre d'obstacle horizontale à franchir  $x=D = 50,0$  cm.

La trajectoire du centre de masse  $M$  du hobbyhorseur est modélisée par l'équation suivante, avec les coordonnées  $x$  et  $y$  exprimées en m :

$$y(x) = -0,590 x^2 + 0,566 x + 1,19$$

$$y(x = D) = -0,590 (50,0 \times 10^{-2})^2 + 0,566 \times 50,0 \times 10^{-2} + 1,19$$

$$y(x = D) = 1,33 \text{ m}$$

Le centre de masse  $M$  est situé à une altitude de 1,32 m.

Or les jambes du hobbyhorseur sont repliées au maximum lors du saut et occupent un espace de 30 cm en-dessous de son centre de masse  $M$ .

$$1,33 - 30 \times 10^{-2} = 1,03 \text{ m}$$

Les pieds du hobbyhorseur sont à une altitude de 1,03m, ainsi il franchira la barre d'obstacle horizontale, placée à une hauteur  $H = 1,00$  m du sol.

**Q11.**

D'après la question Q9. :  $y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + h$

D'après les données :  $y(x) = -0,590 x^2 + 0,566 x + 1,19$

Par identification :

$$\tan(\alpha) = 0,566$$

$$\alpha = \tan^{-1}(0,566)$$

$$\alpha = 29,5^\circ$$

Par identification :

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} = -0,590$$

$$\frac{g}{2 \cos^2(\alpha)} = 0,590 \times v_0^2$$

$$0,590 \times v_0^2 = \frac{g}{2 \cos^2(\alpha)}$$

$$v_0^2 = \frac{g}{0,590 \times 2 \cos^2(\alpha)}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{0,590 \times 2 \cos^2(\alpha)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9,81}{0,590 \times 2 \cos^2(29,5)}}$$

$$v_0 = 3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + h$$

L'altitude dépend de l'inverse de la vitesse initiale au carré.

L'altitude dépend l'angle  $\alpha$ , cependant sa dépendance est complexe car dépendant inversement de la fonction cos et également de la fonction tan.

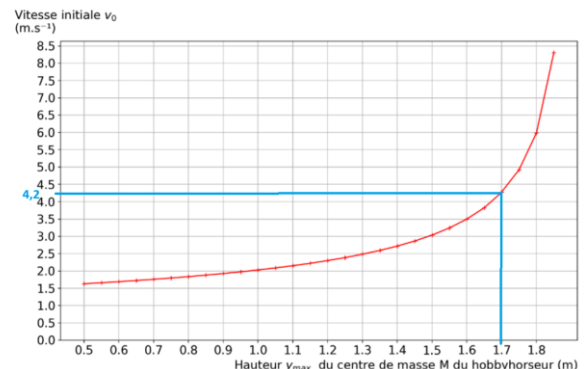
Pour modifier sa trajectoire afin de sauter une barre d'obstacle de hauteur plus élevée, le hobbyhorceur peut :

- Augmenter la valeur de sa vitesse initiale.
- Trouver l'angle  $\alpha$  le plus adapté.

**Q12.**

Graphiquement, la valeur de la vitesse initiale  $v_0$  avec laquelle le hobbyhorceur doit arriver sur l'obstacle pour espérer égaler le record mondial (1,40 m + 0,30 m des jambes repliés = 1,70 m) est  $v_0 = 4,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Habituellement lors des entraînements, sa vitesse initiale  $v_0$  est comprise entre 11,5 et 13,5  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .



Convertissons la vitesse trouvée en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

$$4,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 2,8 \times 3,6 = 15 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

La vitesse nécessaire est supérieure à la vitesse initiale lors de ses entraînements. Ainsi, cela n'est pas réalisable par ce hobbyhorseur.