

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 0h53

EXERCICE 2 : 5 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

EXERCICE 2 : Le césium 137 et l'essai Trinity

1. Étude de la désintégration des noyaux de césium 137

Q1.

Composition du noyau de césium 137 $^{137}_{55}\text{Cs}$:

- 55 protons
- $137 - 55 = 82$ neutrons

Q2.

D'après les données : le césium 137 ($^{137}_{55}\text{Cs}$) est un noyau émetteur de type β . Il se désintègre en un noyau de baryum 137 ($^{137}_{56}\text{Ba}$)



Pour trouver A et Z on utilise les lois de Soddy :

Conservation du nombre de nucléons :

$$137 = 137 + A$$

$$137 + A = 137$$

$$A = 137 - 137$$

$$A = 0$$

Conservation du nombre de charge :

$$55 = 56 + Z$$

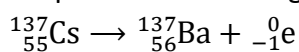
$$56 + Z = 55$$

$$Z = 55 - 56$$

$$Z = -1$$

$$\text{Ainsi } ^A_Z\text{X} = ^0_{-1}\text{e}$$

L'équation de désintégration de type β du césium 137 s'écrit :



Q3.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

Or

$$A(t) = \lambda \times N(t)$$

D'où

$$\lambda \times N(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \times N(t) = 0$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

Q4.

Solution de l'équation différentielle :

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Dérivons $N(t)$:

$$\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

On retrouve l'équation différentielle :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

Ainsi, $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle.

Q5.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle le nombre de noyau radioactif (ou l'activité) a été divisée par 2.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

Or

$$N(t_{1/2}) = N_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Ainsi

$$N_0 \times e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\ln(e^{-\lambda t_{1/2}}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Q6.

Graphiquement $t_{1/2} = 30$ ans

Or

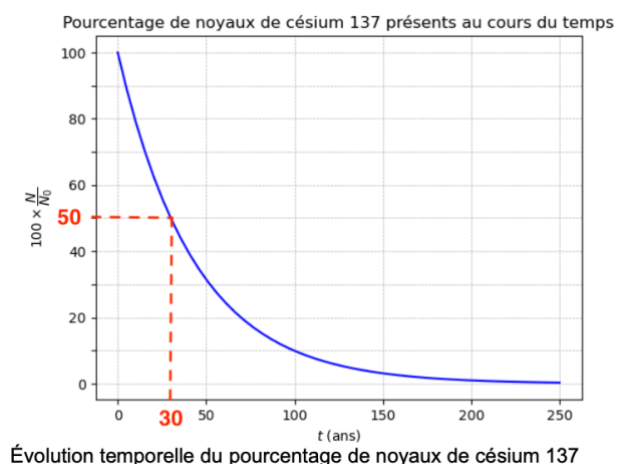
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$t_{1/2} \times \lambda = \ln 2$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{30}$$

$$\lambda = 2,3 \times 10^{-2} \text{ an}^{-1}$$



Q7.

Ligne 9 : pourcentage = $100 \cdot np \cdot \exp(-0.023 \cdot t)$

2. Activité de la trinitite

Q8.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

Or

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

D'où

$$A(t) = -\frac{dN_0 \times e^{-\lambda t}}{dt}$$

$$A(t) = -N_0 \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Or

$$A_0 = \lambda \times N_0$$

D'ou

$$A(t) = A_0 \times e^{-\lambda t}$$

Q9.

En 2010, l'activité de la trinitite vaut $A_{2010} = 48,3 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$

Entre 2010 et 2026, il s'écoule $t = 2026 - 2010 = 16$ ans

L'activité de la trinitite en 2026 est donc : $A_{2026} = A_{2010} \times e^{-\lambda t}$

Calculons l'activité de la trinitite en 2026 :

$$A_{2026} = 48,3 \times e^{-2,3 \times 10^{-2} \times 16}$$

$$A_{2026} = 33 \text{ Bq}$$

L'activité massique (c'est-à-dire l'activité d'un gramme de cette source) ne doit pas dépasser $10 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$

10 Bq	1 g
33 Bq	m

$$m = \frac{33 \times 1}{10}$$

$$m = 3,3 \text{ g}$$

Ainsi, à partir de 3,3 g de trinitite, une demande de détention doit être effectuée en 2026.

Cette masse est très faible. Un petit fragment de trinitite peut donc dépasser le seuil réglementaire.