

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 1h45

EXERCICE 1 : 11 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

EXERCICE 1 : Le cyclotron Arronax

1. Le fonctionnement d'un cyclotron

Q1.

$$F_e = |q| \times E$$

Or

$$E = \frac{U}{d}$$

$$|q| = -e$$

$$F_e = |-e| \times \frac{U}{d}$$

$$F_e = e \times \frac{U}{d}$$

$$P = m \times g$$

Comparons les deux forces :

$$\frac{F_e}{P} = \frac{e \times \frac{U}{d}}{m \times g}$$

$$\frac{F_e}{P} = \frac{e \times U}{m \times g \times d}$$

$$\frac{F_e}{P} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 \times 5,0 \times 10^{-3}}$$

$$\frac{F_e}{P} = 1,3 \times 10^{14}$$

$F_e \gg P$: Ainsi, le poids est négligeable devant la force électrique.

Q2.

$\vec{F}_e$: L'ion H^- est émis au point O sans vitesse initiale. Le sens du mouvement est vers la plaque de droite.

Ainsi la force exercée sur H^- est :

- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : vers la plaque de droite

Remarque : la force s'exerce sur H^- .

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Or

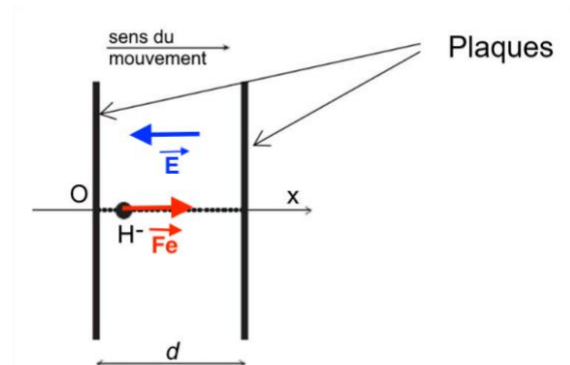
$$|q| = -e$$

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}$$

$\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ ont la même direction et un sens opposé (signé moins).

$\vec{E}$:

- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : vers la plaque de gauche



Q3.Système { ion H^- }

Référentiel terrestre supposé galiléen

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_e = m\vec{a}$$

$$q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Or

$$|q| = -e$$

$$\vec{a} = \frac{-e}{m} \vec{E}$$

Or

$$E_x = -E$$

D'où

$$a_x = \frac{-e}{m} \times -E$$

$$a_x = \frac{e}{m} \times E$$

Or

$$E = \frac{U}{d}$$

$$a_x = \frac{e}{m} \times \frac{U}{d}$$

Q4.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

On intègre :

$$v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times \frac{U}{d} \times t + C_1$$

Pour trouver la constante, on utilise v_0

$$v_0 = 0$$

d'où

$$v_{x(t)} = \frac{e}{m} \times \frac{U}{d} \times t$$

$$v_{x(t)} = \frac{e \times U}{m \times d} \times t$$

$$v_{x(t)} = \frac{dx(t)}{dt}$$

On intègre :

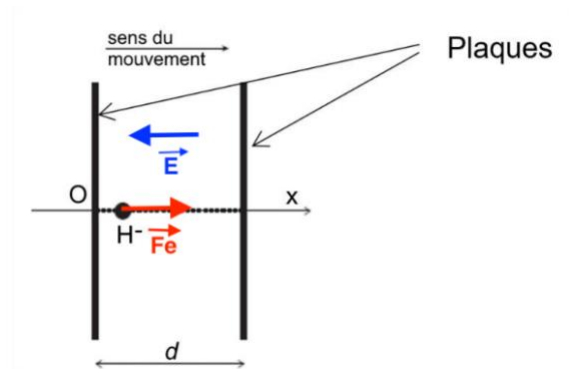
$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e \times U}{m \times d} \times t^2 + C_2$$

Pour trouver les constantes, on utilise x_0

$$x_0 = 0$$

d'où

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e \times U}{m \times d} \times t^2$$



Q5.

Trouvons le temps correspondant au moment où $x(t) = d$:

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{e \times U}{m \times d} \times t^2$$

$$d = \frac{1}{2} \times \frac{e \times U}{m \times d} \times t_d^2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{e \times U}{m \times d} \times t_d^2 = d$$

$$t_d^2 = d \times \frac{2 \times m \times d}{e \times U}$$

$$t_d^2 = \frac{2 \times m \times d^2}{e \times U}$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2 \times m \times d^2}{e \times U}}$$

$$t_d = d \times \sqrt{\frac{2 \times m}{e \times U}}$$

Trouvons la vitesse correspondant au moment où $x(t) = d$:

$$v_{x(t_d)} = \frac{e \times U}{m \times d} \times t_d$$

$$v_{x(t_d)} = \frac{e \times U}{m \times d} \times d \times \sqrt{\frac{2 \times m}{e \times U}}$$

$$v_{x(t_d)} = \frac{e \times U}{m} \times \sqrt{\frac{2 \times m}{e \times U}}$$

$$v_{x(t_d)} = \sqrt{\frac{e^2 \times U^2}{m^2} \times \frac{2 \times m}{e \times U}}$$

$$v_{x(t_d)} = \sqrt{\frac{e \times U}{m} \times 2}$$

$$v_{x(t_d)} = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$$

$$v_{x(t_d)} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27}}}$$

$$v_{x(t_d)} = 3,5 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Q6.

$$E_C(d) = \frac{1}{2} \times m \times v_d^2$$

$$E_C(d) = \frac{1}{2} \times 1,67 \times 10^{-27} \times (3,5 \times 10^6)^2$$

$$E_C(d) = 1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Q7.

En sortie du cyclotron, les particules possèdent une énergie cinétique de 70 MeV.

$$70 \text{ MeV} = 70 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,1 \times 10^{-11} \text{ J}$$

À chaque passage entre les plaques (la moitié d'un tour), les particules gagnent une énergie cinétique égale à $1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$.

Calculons le nombre de tours complets que les particules ont effectués avant la sortie du cyclotron :

0,5 tour	$1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$
N tours	$70 \text{ MeV} = 70 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19}$

$$N = \frac{70 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 0,5}{1,0 \times 10^{-14}} = 560 \text{ tours}$$

2. La production de radioisotope et la scintigraphie

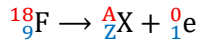
Q8.

Pour former le fluor 18, les protons H^+ (dont la représentation symbolique est ${}_1^1H$) accélérés par le cyclotron bombardent une cible riche en oxygène 18. Lors de cette réaction, un neutron (noté ${}_0^1n$) est également produit.



Q9.

Lors d'une désintégration radioactive β^+ , la particule émise est un positon de symbole 0_1e .



Conservation du nombre de nucléons :

$$18 = A + 0$$

$$A + 0 = 18$$

$$A = 18$$

Conservation du nombre de charge :

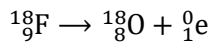
$$9 = Z + 1$$

$$Z + 1 = 9$$

$$Z = 9 - 1$$

$$Z = 8$$

$$\text{Ainsi } {}^A_ZX = {}^{18}_8O$$



Q10.

$$E = \frac{h \times c}{\lambda}$$

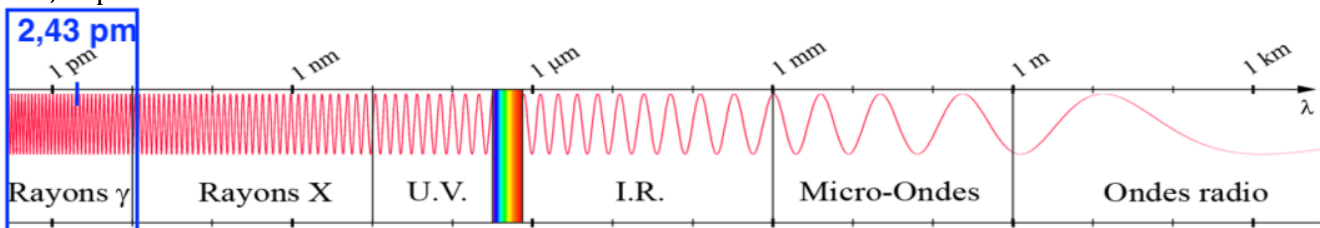
$$E \times \lambda = h \times c$$

$$\lambda = \frac{h \times c}{E}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{511 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$\lambda = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda = 2,43 \text{ pm}$$



Cette longueur d'onde est dans le domaine des rayons gamma d'où l'utilisation d'une gamma-caméra pour analyser ce rayonnement.

Q11.

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

Solution de l'équation différentielle :

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

Dérivons $N(t)$:

$$\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \times -\lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$$

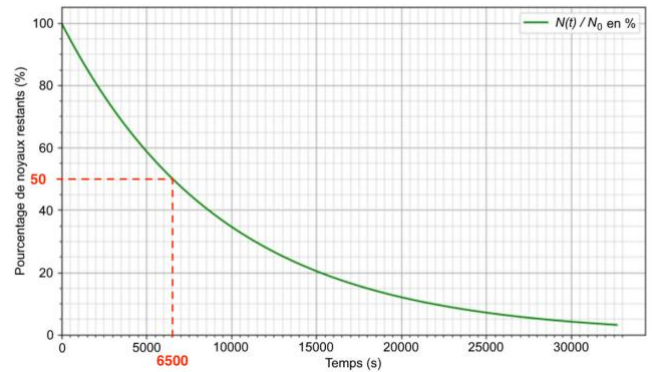
On retrouve l'équation différentielle. Ainsi, $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle.

Q12.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle le nombre de noyau radioactif (ou l'activité) a été divisée par 2.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

Graphiquement la valeur du temps de demi-vie $t_{1/2}$ du fluor 18 : $t_{1/2} = 6500$ s.



Q13.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\lambda \times t_{1/2} = \ln 2$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{6500}$$

$$\lambda = 1,066 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Q14.

$$P = \frac{N(t_{\text{analyse}})}{N_0} \times 100$$

$$P = \frac{N_0 \times e^{-\lambda t_{\text{analyse}}}}{N_0} \times 100$$

$$P = e^{-\lambda t_{\text{analyse}}} \times 100$$

$$P = e^{-1,066 \times 10^{-4} \times (1 \times 3600 + 30 \times 60)} \times 100$$

$$P = 56\%$$

Ainsi, il reste 56% de traceur radioactif restant dans le corps du patient après l'analyse des clichés.

Q15.

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

$$N_0 \times e^{-\lambda t} = N(t)$$

$$e^{-\lambda t} = \frac{N(t)}{N_0}$$

$$\ln(e^{-\lambda t}) = \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$$

$$-\lambda \times t = \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)}{-\lambda}$$

Trouvons le temps t_1 pour lequel il reste 1% de traceur radioactif : $N(t_1) = \frac{1}{100} \times N_0$

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{N(t_1)}{N_0}\right)}{-\lambda}$$

Or

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{\frac{1}{100} \times N_0}{N_0}\right)}{-\lambda}$$

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{1}{100}\right)}{-\lambda}$$

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{1}{100}\right)}{-1,066 \times 10^{-4}}$$

$$t_1 = 4,320 \times 10^4 \text{ s}$$

$$t_1 = 12 \text{ h}$$

Ce temps est petit, en 12h il ne reste plus que 1% de traceur radioactif.