

**CLASSE :** Terminale

**EXERCICE B :** au choix du candidat (10 points)

**VOIE :**  Générale

**ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ :** Sciences de l'ingénieur- Partie Sciences physiques

**DURÉE DE L'EXERCICE :** 30 min

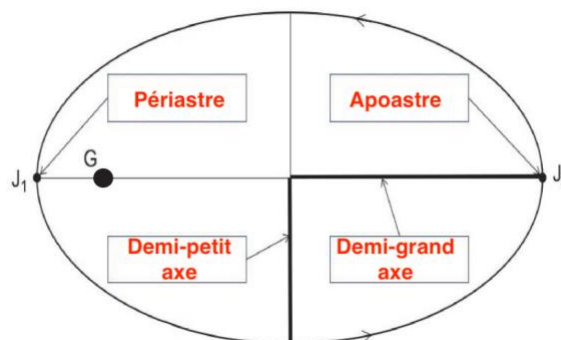
**CALCULATRICE AUTORISÉE :**  Oui « type collège »

**EXERCICE B : Mission JUICE percer les secrets des lunes glacées de Jupiter (10 points)**

**Q1.**

D'après le sujet :

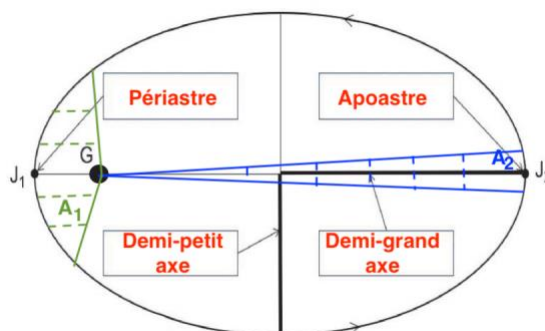
- apoastre : point d'une orbite le plus éloigné du centre de masse de l'astre attracteur ;
- périastre : point d'une orbite le plus proche du centre de masse de l'astre attracteur.



**Q2.**

Deuxième loi de Kepler : loi des aires

Le segment soleil planète balaie des aires égales au cours de durées égales.

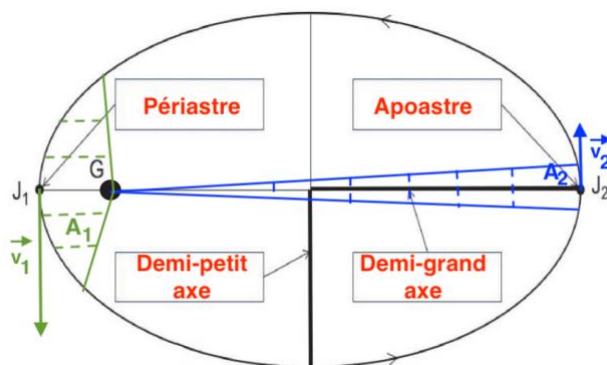


**Q3.**

Pour que les aires soient égales, il faut que la distance parcourue lorsque la planète est proche soit supérieure à la distance parcourue lorsque la planète est éloignée.

Or le temps de parcours est identique.

Donc la planète va plus vite lorsqu'elle est proche d'un foyer de l'ellipse que quand elle est loin.



**Q4.**

$$\vec{F}_{\text{Ganymede}/\text{JUICE}} = G \times \frac{M \times m}{R^2} \vec{u}_n$$

Système : JUICE

Référentiel : ganymédocentrique supposé galiléen

D'après la 2<sup>nd</sup> loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{Ganymede}/\text{JUICE}} = m\vec{a}$$

$$G \times \frac{M \times m}{R^2} \vec{u}_n = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = G \times \frac{M}{R^2} \vec{u}_n$$

**Q5.**

$$\vec{a} = G \times \frac{M}{R^2} \vec{u}_n$$

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet, le vecteur accélération est de la forme :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$$

L'accélération étant unique, par identification :

$$\frac{v^2}{R} = G \times \frac{M}{R^2}$$

$$v^2 = G \times \frac{M}{R^2} \times R$$

$$v^2 = G \times \frac{M}{R}$$

$$v = \sqrt{G \times \frac{M}{R}}$$

**Q6.**

La période de révolution est :

$$T = \frac{\text{circonférence}}{\text{vitesse}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \times \frac{M}{R}}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \times \frac{M}{R}}}$$

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{G \times M}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 R^2 \frac{R}{G \times M}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{G \times M}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$$

**Q7.**

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \times M} \times R^3$$

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{G \times M} \times R_1^3$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G \times M} \times R_1^3}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 1,48 \times 10^{23}} \times (5\,000 \times 10^3)^3}$$

$$T_1 = 2,2 \times 10^4 \text{ s}$$

$$T_1 = 6\text{h } 13 \text{ min}$$

**Q8.**

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$$

$$\frac{T^2}{R^3} \times M = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \times \frac{R^3}{T^2}$$

La sonde doit mesurer le rayon R de son orbite et sa période T de révolution autour de Ganymède. En appliquant la troisième loi de Kepler on trouve une équation donnant la masse de Ganymède :

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \times \frac{R^3}{T^2}$$

Ainsi, on pourra déterminer expérimentalement la masse de Ganymède.