

Exercice 1 : Étude d'une harpe électrique au service des abeilles domestiques (11 points)

Depuis quelques années, les apiculteurs sont confrontés à l'invasion de frelons asiatiques, qui s'attaquent aux abeilles de leur rucher. Pour s'en protéger, ils peuvent placer à proximité de la ruche une harpe électrique (figure 1) alimentée par un panneau solaire. Au contact de deux fils de la harpe, le frelon s'électrocute puis se noie dans un bac d'eau disposé en dessous de la harpe.

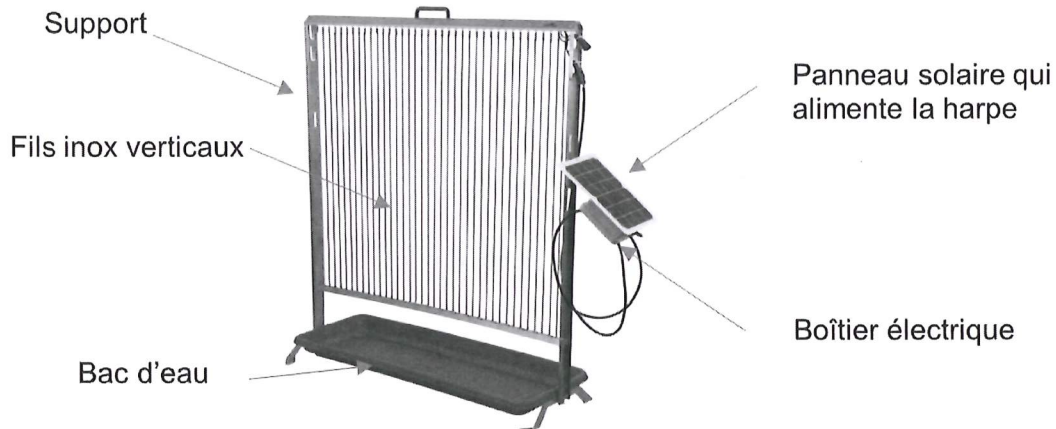


Figure 1 – Harpe électrique

Cet exercice étudie la taille du fil en inox présent sur la harpe, le système d'alimentation de la harpe et le module électrique permettant de créer les décharges électriques neutralisant les frelons asiatiques.

1. Taille du fil en inox présent sur la harpe

La harpe électrique est composée de fils en inox verticaux espacés de 2,7 cm, largeur suffisante pour laisser passer les abeilles, mais pas les frelons asiatiques. Néanmoins, pour ne pas être vus par les frelons, les fils doivent avoir un diamètre maximum de l'ordre de grandeur de 0,5 mm.

Pour s'assurer de la valeur du diamètre d'un fil affichée à 0,45 mm sur une bobine pressentie pour fabriquer une harpe électrique, on utilise le dispositif schématisé sur la figure 2. Un fil de diamètre a est positionné sur le trajet d'un faisceau laser de longueur d'onde λ et un écran est placé à une distance D du fil. Une série de taches lumineuses apparaît sur l'écran.

Exercice 1

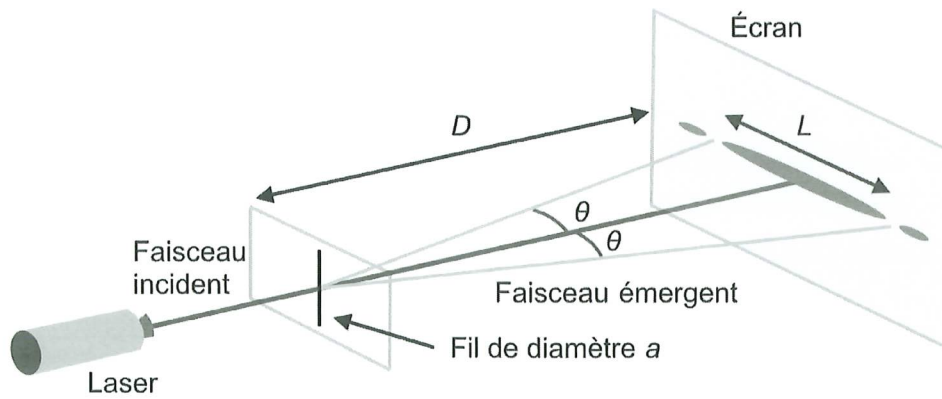


Figure 2 – Schéma du montage expérimental

La largeur L de la tache lumineuse centrale est directement mesurée sur l'écran. Les extrémités de cette tache centrale sont repérées par un angle θ défini par rapport à la direction du faisceau incident et celle du faisceau émergent.

Données :

Pour des angles θ très petits (exprimés en radians) :

- $\tan \theta = \theta$;
- l'angle θ dépend de la longueur d'onde λ du laser et du diamètre a du fil : $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

- Q.1.** Nommer le phénomène physique observé sur l'écran.
- Q.2.** Exprimer l'angle caractéristique θ en fonction de la largeur L de la tache centrale et de la distance D , à l'aide de la figure 2 et en utilisant l'approximation des petits angles.
- Q.3.** En déduire la relation qui donne la largeur L de la tache centrale en fonction de la longueur d'onde λ , du diamètre a du fil et de la distance D entre le fil et l'écran. Montrer qu'il y a proportionnalité entre L et $\frac{1}{a}$.

Pour déterminer précisément la valeur du diamètre du fil pressenti pour fabriquer la harpe, on réalise un étalonnage à l'aide de six fils calibrés de diamètre connu. Pour chacun d'eux, on mesure la largeur de la tache centrale L observée sur l'écran. On obtient le tableau de mesures suivant :

a (μm)	40	50	100	120	280	400
L (cm)	9,50	7,40	3,95	3,20	1,35	1,00

Exercice 1

On trace le graphe $L = f(1/a)$:

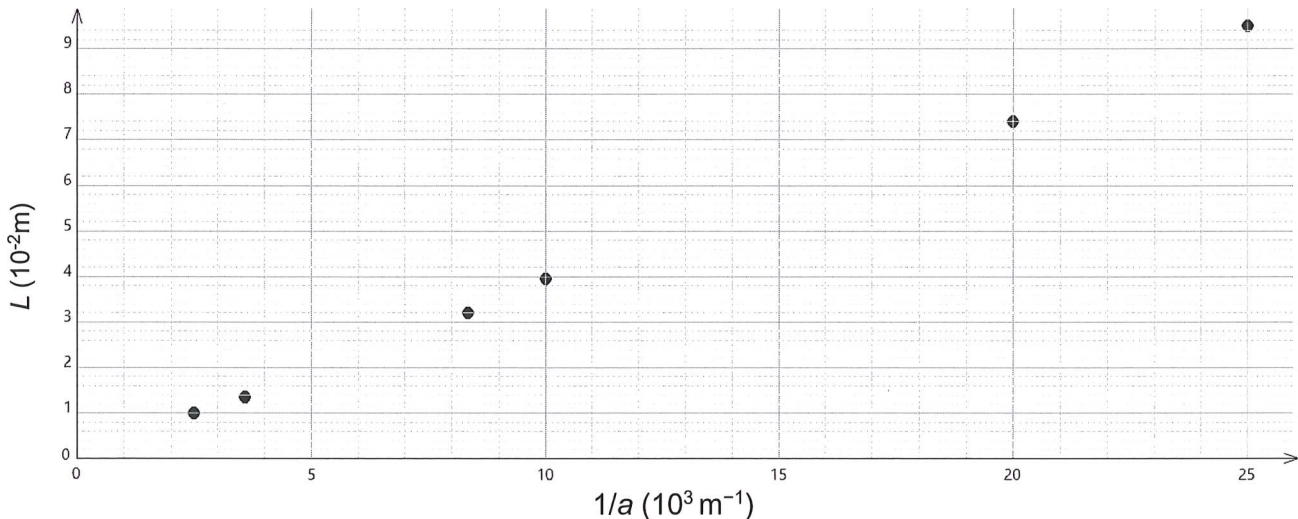


Figure 3 – Représentation graphique de L en fonction de $1/a$

- Q.4.** Justifier que les résultats expérimentaux de la figure 3 sont compatibles avec la modélisation $L = k \times \frac{1}{a}$ où k est une constante.
- Q.5.** Déterminer la valeur de k en précisant la méthode utilisée.

Une modélisation de la série de mesures permet d'obtenir $k = 3,85 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ et $u(k) = 0,05 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

Le montage expérimental de la figure 2 est utilisé avec le fil dont on cherche à vérifier le diamètre a . La mesure de la largeur de la tache centrale pour ce fil est $L = 8,0 \text{ mm}$ avec une incertitude-type $u(L) = 0,5 \text{ mm}$.

- Q.6.** Calculer la valeur du diamètre a de ce fil à partir de la modélisation.

L'incertitude-type $u(a)$ sur la valeur a du diamètre expérimental du fil est donnée, dans les conditions de la série de mesures, par la relation suivante : $u(a) = a \times \sqrt{\left(\frac{u(k)}{k}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2}$.

Pour décider de la compatibilité du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$ où x est la valeur mesurée, x_{ref} la valeur de référence et $u(x)$ l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x .

- Q.7.** Calculer la valeur de l'incertitude-type $u(a)$ associée à la valeur expérimentale de a .
- Q.8.** Vérifier que le résultat de la mesure est compatible avec la valeur de référence affichée sur la bobine ($a_{ref} = 0,45 \text{ mm}$). Conclure quant à l'usage ou non de ce fil pour construire une harpe électrique.

2. Alimentation électrique de la harpe : le panneau solaire

Associé à une batterie, un panneau solaire photovoltaïque alimente électriquement la harpe. Le panneau solaire est constitué de cellules photovoltaïques qui convertissent l'énergie lumineuse en énergie électrique. On se propose de vérifier les performances du panneau photovoltaïque alimentant la harpe et la batterie.

Données :

- Panneau solaire photovoltaïque :
 - dimensions : 640 mm x 550 mm ;
 - puissance lumineuse reçue : $P_{lum} = E \times S$ avec E l'éclairement en $W \cdot m^{-2}$ et S la surface utile du convertisseur en m^2 ;
 - rendement annoncé : 14 %.
- Éclairement moyen au cours de l'été (période d'invasion du frelon asiatique) sur le rucher où est placée la harpe : $E = 1\,000\, W \cdot m^{-2}$;
- Capacité de la batterie : $Q_{batterie} = 18,0\, A \cdot h$.
- Relation entre la capacité (ou quantité d'électricité transférée) Q (en $A \cdot h$) et la durée de transfert Δt (en h), pour une intensité électrique I (en A) : $Q = I \times \Delta t$.

Afin de vérifier le rendement du panneau photovoltaïque, on réalise le montage électrique suivant :

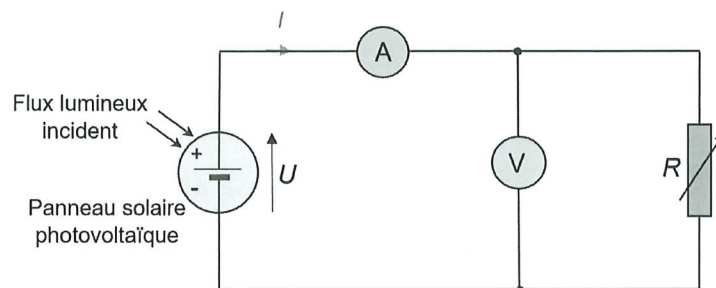


Figure 4 – Schéma électrique du montage

L'intensité I du courant électrique ainsi que la tension électrique U aux bornes du panneau sont mesurées.

Q.9. Nommer le phénomène qui intervient dans la conversion d'énergie lumineuse en énergie électrique lors du fonctionnement du panneau photovoltaïque et le décrire en une ou deux phrases.

Dans les conditions d'éclairement du panneau photovoltaïque l'été, la puissance électrique maximale fournie et mesurée est $P_m = 50\, W$.

Q.10. Calculer la valeur du rendement η du panneau photovoltaïque. Commenter.

Exercice 1

L'énergie électrique produite par le panneau photovoltaïque est envoyée vers un régulateur solaire qui la répartit vers la harpe et/ou vers la batterie pour la charger. Cette dernière alimente la harpe en l'absence de lumière ou d'un ensoleillement insuffisant. L'intensité électrique fournie par le panneau photovoltaïque est $I = 2,8 \text{ A}$ dans les conditions d'ensoleillement de la harpe.

Q.11. Estimer la valeur de la durée de charge Δt_{charge} de la batterie si toute l'intensité du courant électrique provenant du panneau photovoltaïque est intégralement fournie à la batterie. Commenter la valeur obtenue.

3. Module électronique

Le module électronique de la harpe contient un condensateur. Celui-ci est chargé sous une tension $U_1 = 1\,500 \text{ V}$. Lorsqu'un frelon s'approche et touche deux fils de la harpe, le condensateur délivre en un bref instant l'énergie accumulée : il se décharge dans le frelon asiatique considéré alors comme un conducteur ohmique de résistance r .

On cherche à retrouver la valeur de la capacité C du condensateur dans le but de déterminer ensuite l'énergie libérée vers le frelon lors de la décharge. Pour cela, au laboratoire, à l'aide d'un système d'acquisition, on réalise le montage schématisé figure 5, constitué du condensateur étudié, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 2,00 \text{ k}\Omega$, d'un interrupteur initialement ouvert et d'un générateur idéal délivrant une tension continue $E = 5,0 \text{ V}$.

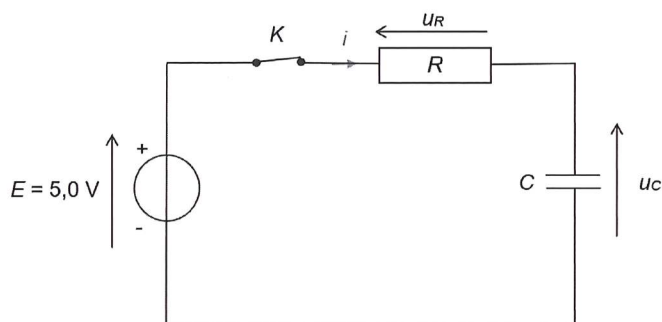


Figure 5 – Schéma du montage électrique

On étudie la charge du condensateur (initialement déchargé) de capacité C à partir de la date $t = 0 \text{ s}$, date à laquelle l'interrupteur est fermé. Le système d'acquisition fournit alors l'évolution temporelle de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur présentée en figure 6.

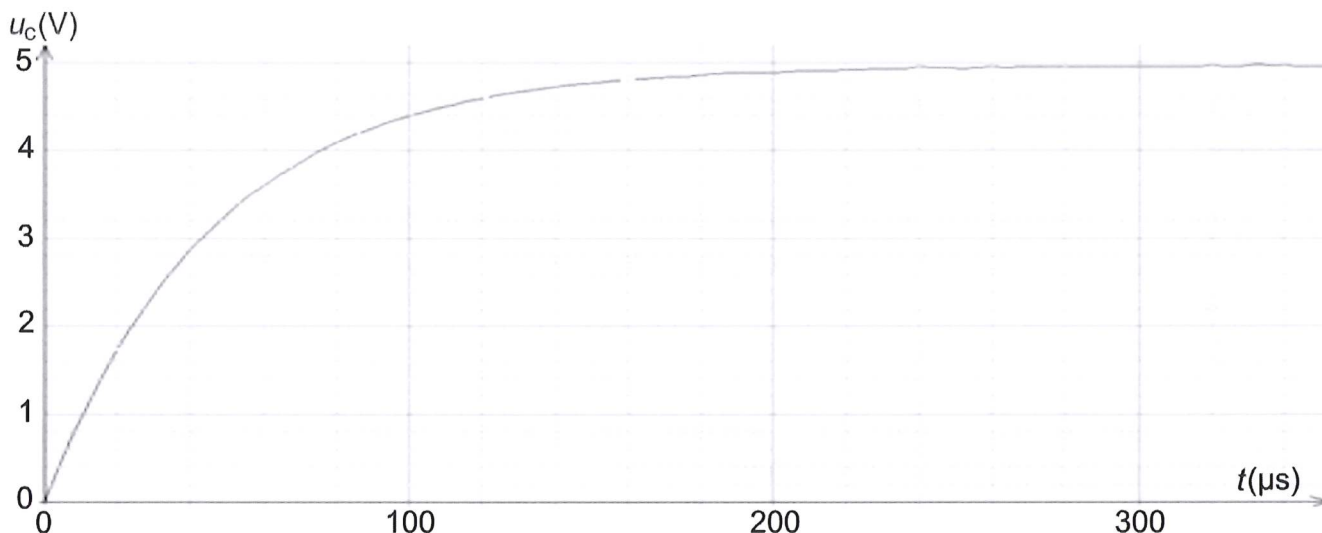


Figure 6 – Évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps

Exercice 1

Q.12. Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge peut s'écrire : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{E}{\tau}$ où τ est le temps caractéristique, avec $\tau = R \cdot C$

La solution de l'équation différentielle est de la forme $u_c(t) = A \cdot e^{-t/\tau} + E$

Q.13. Déterminer la valeur de A .

Q.14. Déterminer la valeur de la constante de temps τ en expliquant la méthode graphique employée.

Q.15. En déduire la valeur expérimentale de la capacité C du condensateur.

L'énergie emmagasinée E_{cond} dans un condensateur de capacité C , soumis à une tension à ses bornes U vaut :

$$E_{\text{cond}} = \frac{1}{2} \times C \times U^2$$

Q.16. Calculer une valeur de l'énergie libérée par le condensateur lorsqu'un frelon touche la harpe électrique.

Parfois, la météo ne permet pas de production d'énergie grâce au panneau solaire. Néanmoins, le module électronique de la harpe consomme toujours une énergie de 98,8 J par minute le jour (en l'absence de frelon) et 72,1 J par minute la nuit (du fait de la mise en veille du module électronique).

Durant la saison apicole où les harpes électriques sont utilisées, on estime que la durée moyenne du jour est de 14 h 17 min et celle de la nuit à 9 h 43 min.

Q.17. Calculer l'énergie consommée par le module électronique sur une journée. Comparer cette énergie avec celle délivrée par le condensateur pour électrocuter un frelon.

Données concernant la batterie :

- Tension : $U_{\text{batterie}} = 12,0 \text{ V}$;
- Capacité : $Q_{\text{batterie}} = 18,0 \text{ A}\cdot\text{h}$;
- Conversion : 1 A·h équivaut à 3 600 C ;
- Relation entre l'énergie E (en J) emmagasiné dans une batterie, la capacité Q (en C) et la tension U (en V) : $E = Q \times U$.

L'autonomie de la batterie est d'environ 6 jours. On observe que ce dispositif peut piéger au moins 1 000 frelons par jour en période d'invasion.

Q.18. Indiquer, en justifiant la réponse, si le nombre de frelons électrocutés influence beaucoup l'autonomie de la batterie.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.