EXERCICE 3 (4 points)
(mathématiques)

Les questions 1, 2 , 3 et 4 sont indépendantes.

Question 1

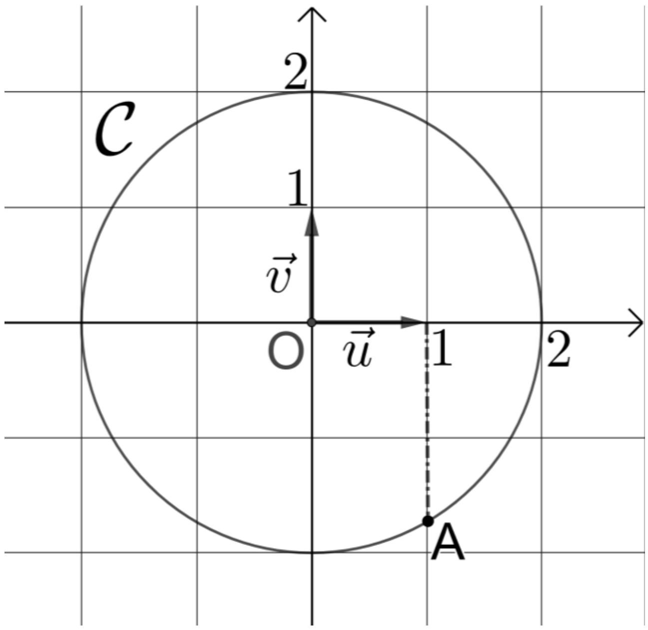
On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -2y + 90$ où y est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et y' sa dérivée.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\ )$.
Donner l'expression de la solution de (E) dont la courbe représentative dans ce repère passe par le point de coordonnées $(0\ ; 30)$.

Question 2

Le cercle C de centre O et de rayon 2 est représenté ci-dessous, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}, \vec{v}\ )$.
Le point A d'abscisse 1 appartient au cercle C ; on note z_A l'affixe du point A.



Donner la forme exponentielle de z_A. Aucune justification n'est attendue.

Question 3

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{x+2}{\mathrm{e}^x}.$$

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Montrer que pour tout x réel,

$$g'(x) = \frac{-1-x}{\mathrm{e}^x}.$$

2. En déduire les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Question 4

1. Simplifier, en détaillant vos calculs, l'expression :

$$\mathrm{A} = \ln\left(\frac{\mathrm{e}^4}{\mathrm{e}^{-2}}\right).$$

2. Montrer, en détaillant vos calculs, que :

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{8}{3}\right) = \ln(6).$$