**EXERCICE 3 (4 points)**

(Mathématiques)

**Dans cet exercice, les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes les unes des autres.**

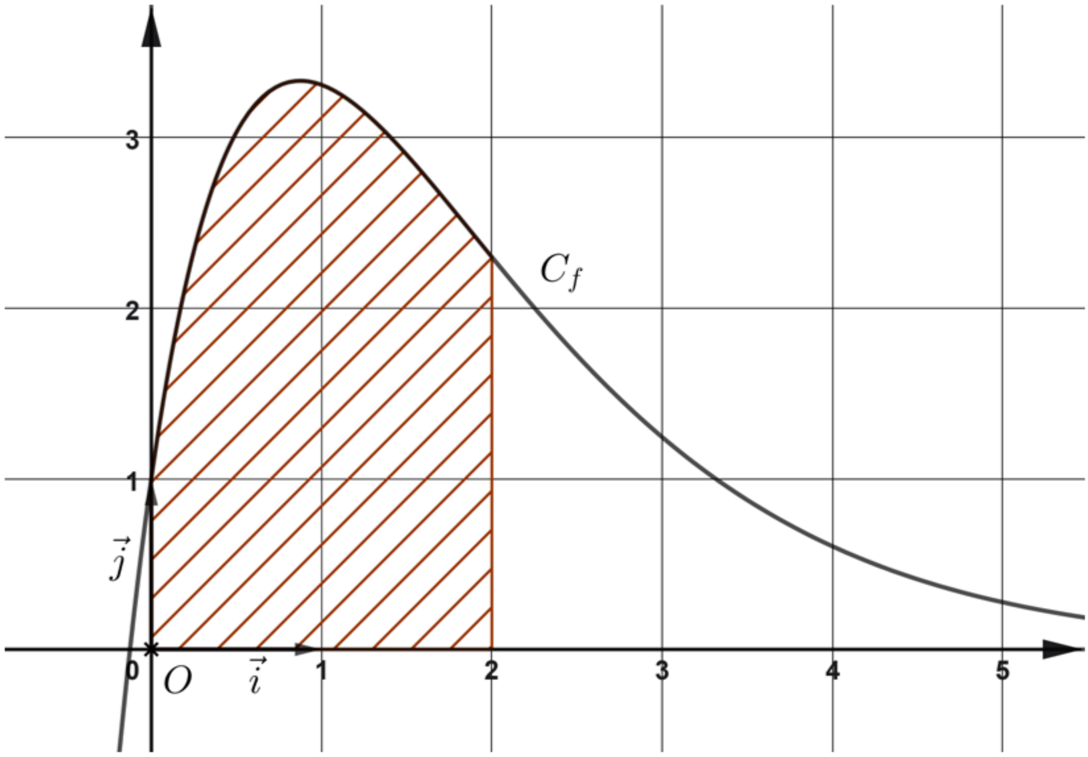
**Question 1**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (8x + 1)\mathrm{e}^{-x}.$$

On admet que $f(x) \geq 0$ pour tout $x$ appartenant à $[0\,;2]$.

Dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ci-dessous, $C_f$ désigne la courbe représentative de $f$.




On considère la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = -(8x + 9)\mathrm{e}^{-x}.$$

On admet que $F$ est une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$.

On note A l'aire du domaine hachuré sur la figure ci-dessus, en unité d'aire.

1. Écrire A sous forme d'une intégrale.

2. Calculer A, en détaillant les étapes. On donnera la valeur exacte du résultat, puis une valeur approchée à $10^{-2}$ près.

**Question 2**

On considère la fonction $g$ définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$g(x) = 2x + 1 + 4\ln(x).$$

On admet que $g$ est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on note $g'$ sa dérivée.

1. Montrer que $g'(x) = \dfrac{2x+4}{x}$, pour tout $x$ appartenant à $]0\,;+\infty[$.

2. Déterminer le sens de variation de la fonction $g$ sur $]0\,;+\infty[$.

**Question 3**

On note $i$ le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère le nombre complexe $z = -2\sqrt{3} + 2i$.

Écrire le nombre complexe $z$ sous forme exponentielle en détaillant les étapes de calcul.

*On pourra s'aider du demi-cercle trigonométrique ci-dessous pour répondre à cette question.*