

EXERCICE 3 (4 points)

Mathématiques

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie I

On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Écrire le nombre z_1 sous forme exponentielle. Détailler les calculs.
2. Démontrer que le nombre $Z = z_1^3 \times z_2^2$ est un nombre réel en détaillant les calculs.

Partie II

On considère l'équation différentielle $(E) : y' = -4y + 80$ où y est une fonction définie et dérivable sur \mathbf{R} et y' la fonction dérivée de y .

3. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .
4. En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 100$.
5. Donner, sans la justifier, la limite de f en $+\infty$.