

## EXERCICE B – Mission JUICE : percer les secrets des lunes glacées de Jupiter

La mission européenne JUICE s'est envolée le 14 avril 2023 à bord d'une fusée Ariane 5 pour un long voyage de 8 ans. La sonde JUICE va explorer Jupiter et trois de ses plus grands satellites. En décembre 2034, JUICE effectuera son insertion orbitale autour de l'un d'entre eux, Ganymède. L'orbite elliptique initiale de JUICE sera suivie d'une orbite circulaire à 5 000 km d'altitude, puis d'une orbite circulaire à 500 km d'altitude.

D'après <https://reves-d-espace.com/juice-destination-jupiter-et-ses-lunes-glacees/>



Figure 1. Vue d'artiste de la sonde JUICE avec Jupiter en arrière-plan.

On se place dans un référentiel « ganymédocentrique » dont l'origine est le centre G de Ganymède et dont les trois axes pointent vers des étoiles lointaines de direction fixes. On suppose que JUICE n'est soumise qu'à la force d'attraction gravitationnelle de Ganymède et est modélisée par son centre de masse J.

L'objectif de cet exercice est de vérifier la cohérence de la description de la mission JUICE fournie en introduction avec les lois de Kepler.

Dans un premier temps on s'intéresse à la phase d'insertion durant laquelle l'orbite de J autour de G est elliptique. Les positions de J sont représentées par des points  $J_1$  et  $J_2$  à deux instants particuliers différents.

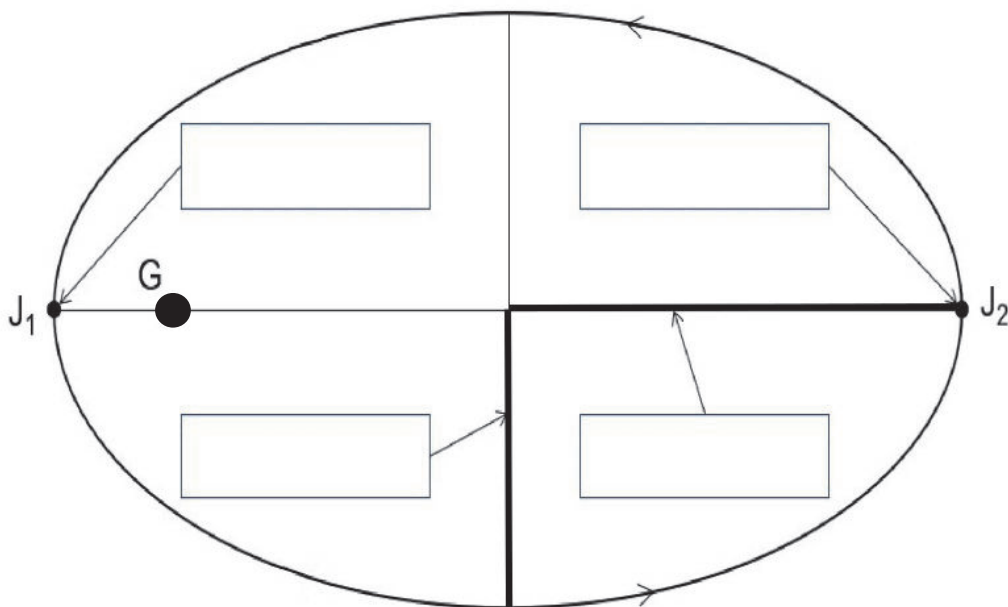


Figure 2. Schéma de la trajectoire de la sonde JUICE autour de Ganymède.

**Données :**

- constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot \text{kg}^{-2}$  ;
- masse de Ganymède :  $M = 1,48 \times 10^{23} \text{ kg}$  ;
- apoastre : point d'une orbite le plus éloigné du centre de masse de l'astre attracteur ;
- périastre : point d'une orbite le plus proche du centre de masse de l'astre attracteur.

- Q1.** Reproduire sur la copie le schéma de la figure 2 et le compléter avec les mots suivants : demi-grand axe, demi-petit axe, apoastre et périastre.
- Q2.** Énoncer la deuxième loi de Kepler puis l'illustrer pour l'orbite de J autour de G en représentant sur le schéma précédent les aires balayées par le rayon vecteur autour des points  $J_1$  et  $J_2$  pendant des intervalles de temps à peu près égaux.
- Q3.** Sur le schéma précédent, tracer les vecteurs vitesse en  $J_1$  et  $J_2$ , sans souci d'échelle mais en respectant les tailles relatives de ces deux vecteurs.

Dans la suite de l'exercice, on s'intéresse aux orbites circulaires que JUICE effectuera par la suite autour de Ganymède.

- Q4.** En appliquant la deuxième loi de Newton à J, donner l'expression vectorielle de son accélération  $\vec{a}$  de la sonde dans le repère de Frenet centré sur J en fonction du rayon d'une orbite circulaire  $R$ , de la masse  $M$  de Ganymède et des vecteurs unitaires  $(\vec{u}_n, \vec{u}_t)$  de la base de Frenet. On note  $m$  la masse de J.
- Q5.** En déduire l'expression de la vitesse  $v$  de J en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $R$ .
- Q6.** En déduire l'expression suivante de la troisième loi de Kepler appliquée, pour une orbite circulaire, à J :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

avec  $T$  la période de révolution de J autour de G.

La sonde JUICE parcourra deux orbites circulaires autour de Ganymède, une orbite lointaine à une distance  $R_1 = 5\,000 \text{ km}$  et une orbite proche à  $R_2 = 500 \text{ km}$ , pour notamment explorer les fonds océaniques et le champ magnétique de Ganymède.

- Q7.** À l'aide de la troisième loi de Kepler, calculer la période de révolution  $T_1$  associée à l'orbite de rayon  $R_1$  de J.
- Q8.** Proposer une méthode permettant de retrouver la valeur de la masse  $M$  de Ganymède à partir des mesures qui pourraient être effectuées par la sonde en 2034.

*Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.*