

EXERCICE 1 (5,5 points) : radioactivité et cinétique chimique

(physique-chimie et mathématiques)

Les parties A et B sont indépendantes et présentent chacune une situation concrète dont la modélisation relève d'une équation différentielle du premier ordre.

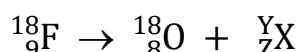
Partie A : DANS LE DOMAINE DE LA RADIOACTIVITÉ

La tomographie par émission de positons (TEP ou PETscan) repose sur l'injection intraveineuse d'une substance (le « traceur ») marquée par un atome radioactif, le fluor 18 ou le carbone 11, qui émet des particules particulières, les positons. Le traceur est choisi pour se fixer sur un organe ou un tissu.

D'après <https://www.vidal.fr/sante/examens-tests-analyses-medicales/tomographie-emission-positons-petscan.html>

1. Le fluor 18 ($^{18}_9\text{F}$) est un isotope radioactif du fluor. Donner la composition du noyau de l'isotope 18 du fluor.

Le fluor 18 se désintègre spontanément pour donner l'isotope 18 de l'oxygène ($^{18}_8\text{O}$). L'équation de cette réaction nucléaire s'écrit :



2. Déterminer Y et Z. Préciser le type de cette désintégration (α , β^- ou β^+).

Lors de l'utilisation du traceur radioactif, et afin de déterminer les doses à injecter, on définit « l'activité du traceur », notée A, comme le nombre de désintégrations par seconde, pour un échantillon donné. Elle est exprimée en becquerel (Bq).

Pour mener l'examen, il faut injecter une dose de traceur dont l'activité est proportionnelle à la masse du patient. L'activité du traceur à injecter est calculée en multipliant la masse du patient par une constante $A_m = 3,6 \text{ MBq} \cdot \text{kg}^{-1}$. La durée d'un tel examen est environ de deux heures.

3. Sachant qu'une mole de traceur possède une activité $A = 63,4 \text{ GBq}$, montrer que la quantité de matière n à injecter pour un patient de masse $m = 60 \text{ kg}$ est environ égale à $3,4 \times 10^{-3} \text{ mol}$.

Le nombre N_0 de noyaux de fluor 18 initial dans la dose injectée est de $1,8 \times 10^{15}$. On modélise la désintégration de ces $1,8 \times 10^{15}$ noyaux par une fonction f qui au temps t , exprimé en minutes, associe le nombre $f(t)$ de noyaux de fluor 18. On obtient la représentation de la fonction f donnée dans le **document réponse DR1 page 10, à rendre avec la copie**.

On rappelle que le temps de demi-vie, $t_{1/2}$, correspond à la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés.

4. [Mathématiques] Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 0,9 \times 10^{15}$ et laisser apparents les traits de constructions sur le graphique du **document DR1 page 10, à rendre avec la copie**.

On admet que, pour tout réel t positif, $f(t) = 1,8 \times 10^{15} \times e^{-\lambda t}$, où λ est un réel.

5. [Mathématiques] Résoudre algébriquement l'équation $0,9 \times 10^{15} = 1,8 \times 10^{15} \times e^{-80x}$.
On note λ la solution de cette équation. Donner une valeur approchée de λ à 10^{-4} .

La relation entre la grandeur λ et le temps de demi-vie $t_{1/2}$ s'écrit :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

6. Nommer la grandeur λ .

7. La valeur de la demi-vie du carbone 11 est d'environ 20 minutes. À partir des résultats obtenus à la question 4 et sachant que la durée d'un examen est d'environ deux heures, expliquer pourquoi on peut être amené à privilégier l'utilisation du fluor 18 pour certains examens.

Partie B : DANS LE DOMAINE DE LA CINÉTIQUE

La vitamine C, ou acide L-ascorbique, contribue au bon fonctionnement de l'organisme. Présente dans les fruits et légumes frais, cette vitamine est fragile et disparaît rapidement après leur cueillette. En l'absence de dioxygène, la dégradation de la vitamine C suit une cinétique d'ordre 1.

On modélise la concentration en acide L-ascorbique dans un jus de fruit par une fonction dérivable g qui, au temps t , exprimé en heures, associe la concentration en acide L-ascorbique, exprimée en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. On note g' la fonction dérivée de la fonction g .

On admet que, pour tout réel positif t , $g(t) = 2,5 \times e^{-0,0026 \times t}$. Une représentation graphique de la fonction g est présentée sur la **figure 1**.

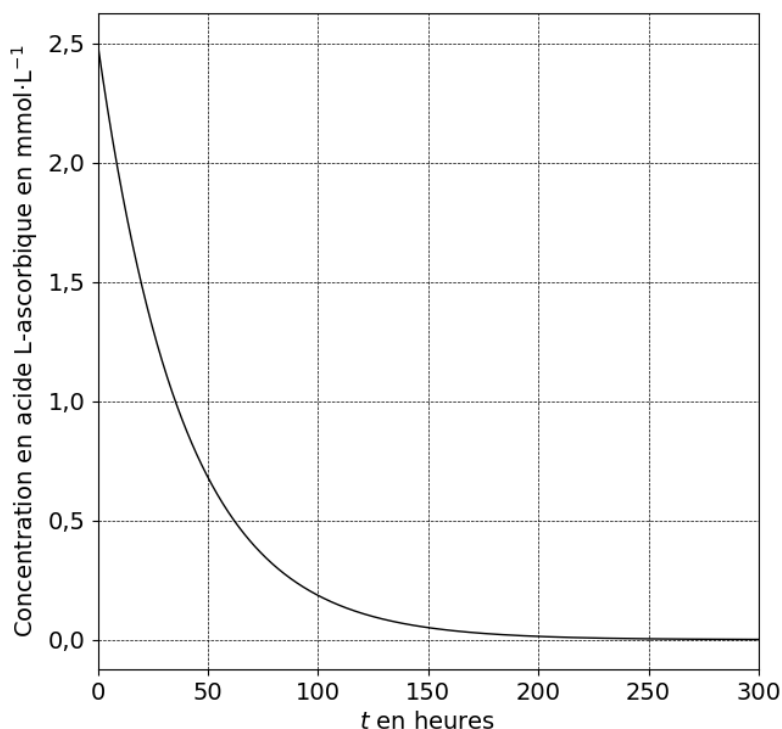


Figure 1 : modélisation de l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique au cours du temps à la température $\theta_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$

La vitesse de disparition v_{disp} de l'acide L-ascorbique est $-\frac{dg}{dt}$.

On admet que, pour tout réel t positif, la vitesse de disparition de l'acide L-ascorbique est donnée par $v_{\text{disp}}(t) = 0,0065 \times e^{-0,0026 \times t}$.

8. [Mathématiques] Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} v_{\text{disp}}(t)$.

9. Identifier le facteur cinétique expliquant que la vitesse de disparition de l'acide L-ascorbique tend vers 0.

On remarque que l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique dans un jus de fruit au cours du temps à une température θ_2 inférieure à 25°C suit l'allure de la courbe représentée sur le graphique de la **figure 2** ci-dessous.

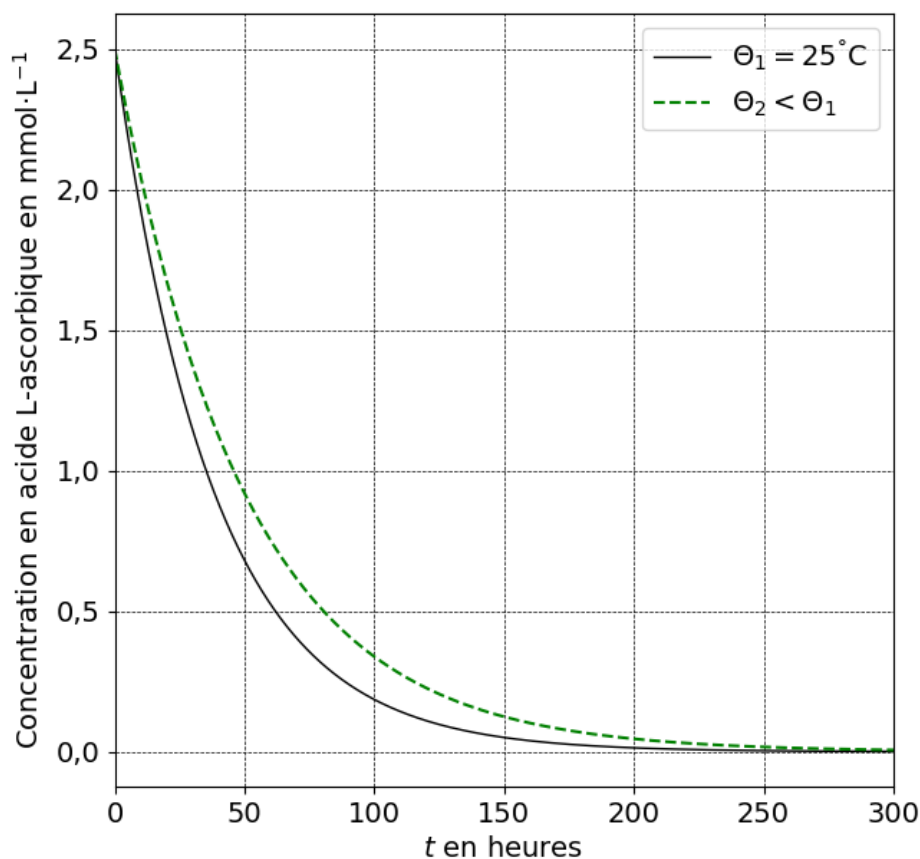


Figure 2 : modélisation de l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique au cours du temps pour deux températures différentes

10. Dédurre, de l'analyse de la **figure 2**, une technique courante pour conserver la teneur en vitamine C dans un jus de fruit.

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

DR1 – Exercice 1 : modélisation de la loi de décroissance radioactive d'un échantillon de $1,8 \times 10^{15}$ noyaux de fluor 18 par la représentation de la courbe de la fonction f

