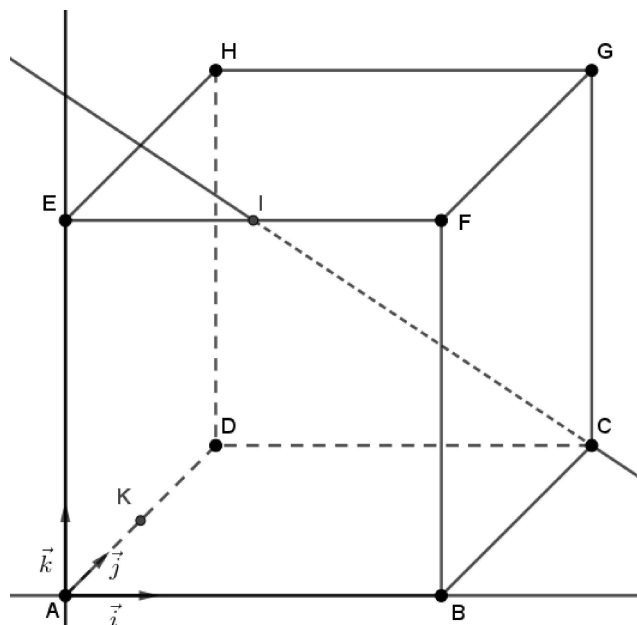


Exercice 1 (5 points)

On considère un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace dans lequel on place les points $B(4; 0; 0), D(0; 4; 0), E(0; 0; 4)$ et les points C, F, G et H de sorte que le solide $ABCDEFGH$ soit un cube.



1. Donner les coordonnées des points C, F, G et H .

2. On considère le point I milieu de l'arête $[EF]$.

Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IC) est donnée par :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4t \\ z = 4 - 4t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

3. On désigne par P le plan orthogonal à la droite (IC) passant par le point G , et par J l'intersection de P avec (IC) .

a. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan P est donnée par :

$$x + 2y - 2z - 4 = 0.$$

b. Justifier que J a pour coordonnées $\left(\frac{28}{9}; \frac{20}{9}; \frac{16}{9}\right)$. Que représente J par rapport à C ?

c. Vérifier que le point $K(0; 2; 0)$ appartient au plan P .

d. Justifier que (BK) est l'intersection des plans P et (ABC) .

4. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{B \times h}{3}$, où B est l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

a. Déterminer le volume de la pyramide $CBKG$.

b. En déduire que l'aire du triangle BKG est égale à 12.

5. Justifier que la droite (BG) est incluse dans P .

6. On note I' un point de l'arête $[EF]$, et P' le plan orthogonal à la droite $(I'C)$ passant par G .

Peut-on affirmer que la droite (BG) est incluse dans P' ?