

Exercice 1 (7 points)**Thèmes : fonctions, suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

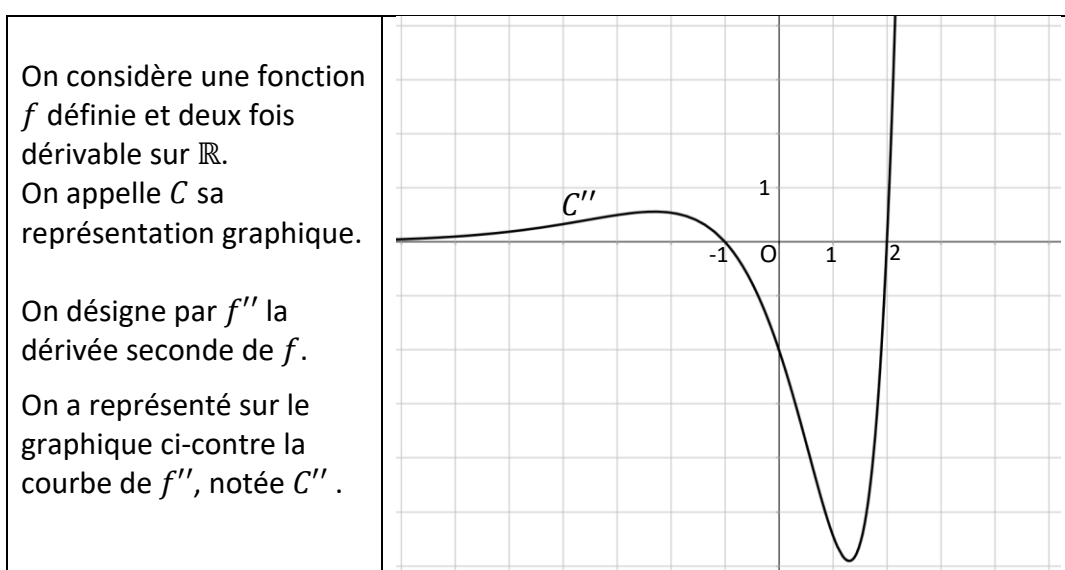
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{2e^x}{e^x+1}$.

La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

- a. $x = 2$; b. $y = 2$; c. $y = 0$; d. $x = -1$.

2.



- a. C admet un unique point d'inflexion ; b. f est convexe sur l'intervalle $[-1; 2]$;
- c. f est convexe sur $]-\infty; -1]$ et sur $[2; +\infty[$; d. f est convexe sur $\mathbb{R}$.

3. On donne la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

La suite (v_n) , définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2$, est :

- a. arithmétique de raison -2 ; b. géométrique de raison -2 ;
- c. arithmétique de raison 1 ; d. géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

4. On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n , on a :

$$1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq u_n \leq 2 - \frac{n}{n+1}$$

On peut affirmer que la suite (u_n) :

- a. converge vers 2 ; b. converge vers 1 ; c. diverge vers $+\infty$; d. n'a pas de limite.

5. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.

Une primitive F de f sur $]0; +\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 \left(\ln x - \frac{1}{3} \right);$

b. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 (\ln x - 1);$

c. $F(x) = \frac{1}{3}x^2;$

d. $F(x) = \frac{1}{3}x^2 (\ln x - 1).$

6. Pour tout réel x , l'expression $2 + \frac{3e^{-x}-5}{e^{-x}+1}$ est égale à :

a. $\frac{5-3e^x}{1+e^x};$

b. $\frac{5+3e^x}{1-e^x};$

c. $\frac{5+3e^x}{1+e^x};$

d. $\frac{5-3e^x}{1-e^x}.$

Exercice 2 (7 points)

Thème : probabilités

Un hôtel situé à proximité d'un site touristique dédié à la préhistoire propose deux visites dans les environs, celle d'un musée et celle d'une grotte.

Une étude a montré que 70% des clients de l'hôtel visitent le musée. De plus, parmi les clients visitant le musée, 60% visitent la grotte.

Cette étude montre aussi que 6% des clients de l'hôtel ne font aucune visite.

On interroge au hasard un client de l'hôtel et on note :

- M l'événement : « le client visite le musée » ;
- G l'événement : « le client visite la grotte ».

On note $\bar{M}$ l'événement contraire de M , $\bar{G}$ l'événement contraire de G , et pour tout événement E , on note $p(E)$ la probabilité de E .

Ainsi, d'après l'énoncé, on a : $p(\bar{M} \cap \bar{G}) = 0,06$.

1. a. Vérifier que $p_{\bar{M}}(\bar{G}) = 0,2$, où $p_{\bar{M}}(\bar{G})$ désigne la probabilité que le client interrogé ne visite pas la grotte sachant qu'il ne visite pas le musée.

b. L'arbre pondéré ci-contre modélise la situation. Recopier et compléter cet arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité associée.

c. Quelle est la probabilité de l'événement « le client visite la grotte et ne visite pas le musée » ?

d. Montrer que $p(G) = 0,66$.

