

## EXERCICE 1 – 4 points

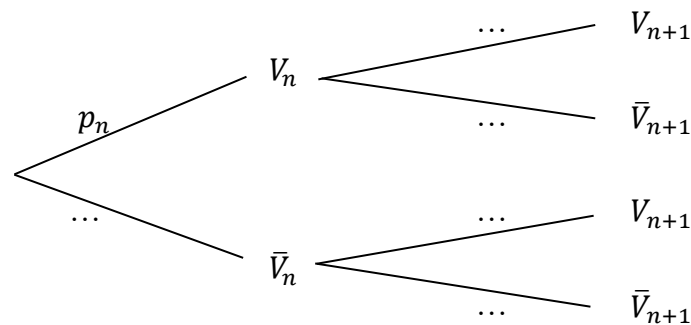
Un étudiant mange tous les jours au restaurant universitaire. Ce restaurant propose des plats végétariens et des plats non végétariens.

- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,9.
- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat non végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est 0,7.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $V_n$  l'évènement « l'étudiant a choisi un plat végétarien le  $n^{\text{ième}}$  jour » et  $p_n$  la probabilité de  $V_n$ .

Le jour de la rentrée, l'étudiant a choisi le plat végétarien. On a donc  $p_1 = 1$ .

- Indiquer la valeur de  $p_2$ .
  - Montrer que  $p_3 = 0,88$ . On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
  - Sachant que le 3<sup>e</sup> jour l'étudiant a choisi un plat végétarien, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un plat non végétarien le jour précédent ? On arrondira le résultat à  $10^{-3}$ .
- Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



- Justifier que, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ ,  $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,7$ .
- On souhaite disposer de la liste des premiers termes de la suite  $(p_n)$  pour  $n \geq 1$ . Pour cela, on utilise une fonction appelée `repas` programmée en langage Python dont on propose trois versions, indiquées ci-dessous.

Programme 1

```
1 def repas(n):
2     p=1
3     L=[p]
4     for k in range(1,n):
5         p = 0.2*p+0.7
6         L.append(p)
7     return(L)
```

Programme 2

```
1 def repas(n):
2     p=1
3     L=[p]
4     for k in range(1,n+1):
5         p = 0.2*p+0.7
6         L.append(p)
7     return(L)
```

Programme 3

```
1 def repas(n):
2     p=1
3     L=[p]
4     for k in range(1,n):
5         p = 0.2*p+0.7
6         L.append(p+1)
7     return(L)
```

- Lequel de ces programmes permet d'afficher les  $n$  premiers termes de la suite  $(p_n)$  ? Aucune justification n'est attendue.
  - Avec le programme choisi à la question **a.** donner le résultat affiché pour  $n = 5$ .
- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ ,  $p_n = 0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875$ .
  - En déduire la limite de la suite  $(p_n)$ .