

Exercice 1 (7 points)**Thème : probabilités**

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain. Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.

On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

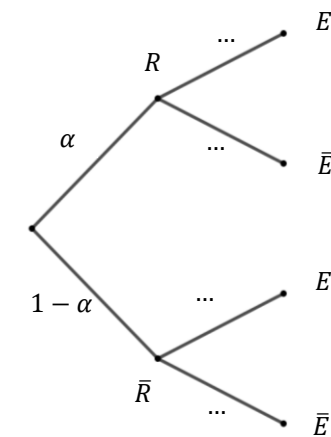
- Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4 ;
- Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7 ;
- La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leq \alpha \leq 1$.

On considère les événements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route » ;
- E : « le client loue un vélo électrique » ;
- $\bar{R}$ et $\bar{E}$, événements contraires de R et E .

On modélise cette situation aléatoire à l'aide de l'arbre reproduit ci-contre :



Si F désigne un événement quelconque, on notera $p(F)$ la probabilité de F .

1. Recopier cet arbre sur la copie et le compléter.
2. **a.** Montrer que $p(E) = 0,7 - 0,3\alpha$.
b. En déduire que : $\alpha = 0,4$.
3. On sait que le client a loué un vélo électrique. Déterminer la probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain. On donnera le résultat arrondi au centième.
4. Quelle est la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique ?
5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros. Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros. On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.
a. Donner la loi de probabilité de X . On présentera les résultats sous forme d'un tableau.
b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.
6. Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise. On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.

On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0,58$.

- a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.
- c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

Exercice 2 (7 points)

Thèmes : suites, fonctions

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définie par $a_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$.

On peut affirmer que :

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| a. (a_n) est arithmétique ; | b. (b_n) est géométrique ; |
| c. (a_n) est géométrique ; | d. (b_n) est arithmétique. |

Dans les questions 2. et 3., on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2, v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \begin{cases} u_{n+1} = u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = u_n + v_n \end{cases}.$$

2. On peut affirmer que :

- | | | | |
|---|------------------------------|-------------------------------|-------------------|
| a. $\begin{cases} u_2 = 5 \\ v_2 = 3 \end{cases} ;$ | b. $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2 ;$ | c. $\frac{u_2}{v_2} = 1,75 ;$ | d. $5u_1 = 3v_1.$ |
|---|------------------------------|-------------------------------|-------------------|

3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

```
def valeurs() :  
    u = 2  
    v = 1  
    for k in range(1,11) :  
        c = u  
        u = u+3*v  
        v = c+v  
    return (u,v)
```

Ce programme renvoie :

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|--|---------------------------|
| a. u_{11} et v_{11} ; | b. u_{10} et v_{11} ; | c. les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10 ; | d. u_{10} et v_{10} . |
|---------------------------|---------------------------|--|---------------------------|