

EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

Un jeu proposé dans une fête foraine consiste à effectuer trois tirs successivement sur une cible mouvante. On a constaté que :

- Si le joueur atteint la cible lors d'un tir alors il ne l'atteint pas lors du tir suivant dans 65 % des cas ;
- Si le joueur n'atteint pas la cible lors d'un tir alors il l'atteint lors du tir suivant dans 50 % des cas.

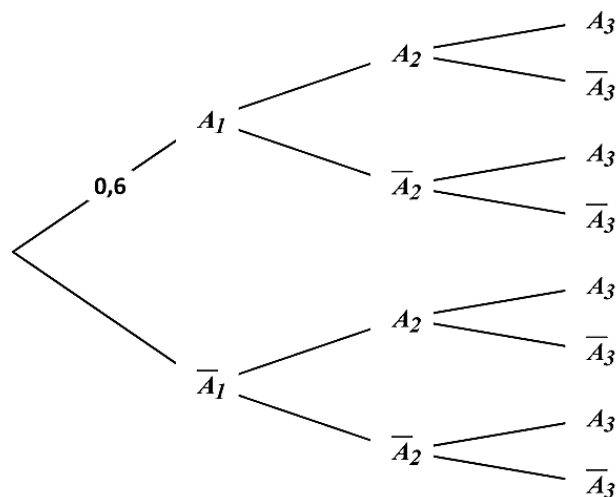
La probabilité qu'un joueur atteigne la cible lors de son premier tir est de 0,6.

Pour tout événement A , on note $P(A)$ sa probabilité et $\bar{A}$ l'événement contraire de A .

On choisit au hasard un joueur à ce jeu de tirs. On considère les événements suivants :

- A_1 : « Le joueur atteint la cible lors du 1^{er} tir »
- A_2 : « Le joueur atteint la cible lors du 2^e tir »
- A_3 : « Le joueur atteint la cible lors du 3^e tir ».

1. Recopier et compléter, avec les probabilités correspondantes sur chaque branche, l'arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation.



Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le joueur atteint sa cible au cours des trois tirs.

2. Montrer que la probabilité que le joueur atteigne exactement deux fois la cible au cours des trois tirs est égale à 0,4015.
3. L'objectif de cette question est de calculer l'espérance de la variable aléatoire X , notée $E(X)$.

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,1			0,0735

- b. Calculer $E(X)$.
- c. Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On considère N , un entier naturel supérieur ou égal à 1.

Un groupe de N personnes se présente à ce stand pour jouer à ce jeu dans des conditions identiques et indépendantes. Un joueur est déclaré gagnant lorsqu'il atteint trois fois la cible. On note Y la variable aléatoire qui compte parmi les N personnes le nombre de joueurs déclarés gagnants.

1. Dans cette question, $N = 15$.
 - a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
 - b. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'exactement 5 joueurs soient gagnants à ce jeu.
2. Par la méthode de votre choix, que vous explicitez, déterminer le nombre minimum de personnes qui doivent se présenter à ce stand pour que la probabilité qu'il y ait au moins un joueur gagnant soit supérieure ou égale à 0,98.

EXERCICE 2 (5 points)

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :

$A(1 ; 1 ; -4)$, $B(2 ; -1 ; -3)$, $C(0 ; -1 ; -1)$ et $\Omega(1 ; 1 ; 2)$.

1. Démontrer que les points A, B, et C définissent un plan.
2.
 - a. Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).
 - b. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $x + y + z + 2 = 0$.
3.
 - a. Justifier que le point Ω n'appartient pas au plan (ABC).
 - b. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point Ω sur le plan (ABC).

On admet que $\Omega H = 2\sqrt{3}$. On définit la sphère S de centre Ω et de rayon $2\sqrt{3}$ comme l'ensemble de tous les points M de l'espace tels que $\Omega M = 2\sqrt{3}$.

4. Justifier, sans calcul, que tout point N du plan (ABC), distinct de H, n'appartient pas à la sphère S .

On dit qu'un plan $\mathcal{P}$ est tangent à la sphère S en un point K lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- $K \in \mathcal{P} \cap S$
- $(\Omega K) \perp \mathcal{P}$

5. Soit le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $x + y - z - 6 = 0$ et le point K de coordonnées $K(3 ; 3 ; 0)$. Démontrer que le plan $\mathcal{P}$ est tangent à la sphère S au point K.
6. On admet que les plans (ABC) et $\mathcal{P}$ sont sécants selon une droite (Δ) . Déterminer une équation paramétrique de la droite (Δ) .