

Exercice 2 (7 points)

Thèmes : fonctions, fonction exponentielle

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1.$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.
2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ une unique solution qui sera notée α .
3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.
4. Donner le tableau de signe de la fonction p sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.

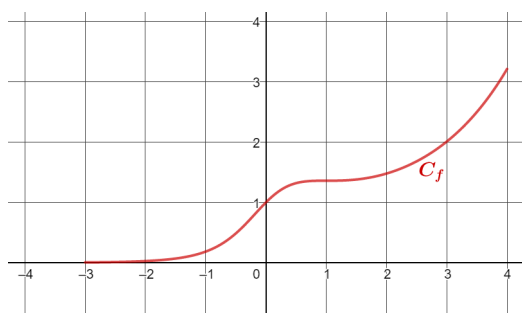
Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ par :

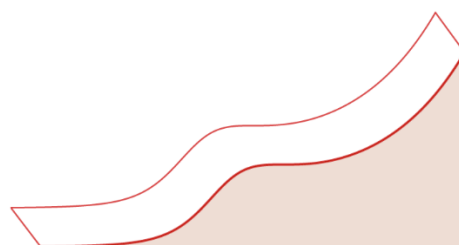
$$f(x) = \frac{e^x}{1 + x^2}.$$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1.
 - a. Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.
 - b. Justifier que la courbe C_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.
2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe C_f comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Représentation de la courbe C_f



Vue de profil du toboggan

- a. D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations ? Argumenter.
- b. On admet que la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3 ; 4]$:

$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)e^x}{(1+x^2)^3}$$

où p est la fonction définie dans la **partie A**.

En utilisant l'expression précédente de f'' , répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations ? ». Justifier.