

On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0,58$.

- a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.
- c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

Exercice 2 (7 points)

Thèmes : suites, fonctions

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définie par $a_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$.

On peut affirmer que :

- a. (a_n) est arithmétique ;
- b. (b_n) est géométrique ;
- c. (a_n) est géométrique ;
- d. (b_n) est arithmétique.

Dans les questions 2. et 3., on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2, v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \begin{cases} u_{n+1} = u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = u_n + v_n \end{cases}.$$

2. On peut affirmer que :

- a. $\begin{cases} u_2 = 5 \\ v_2 = 3 \end{cases}$;
- b. $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2$;
- c. $\frac{u_2}{v_2} = 1,75$;
- d. $5u_1 = 3v_1$.

3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

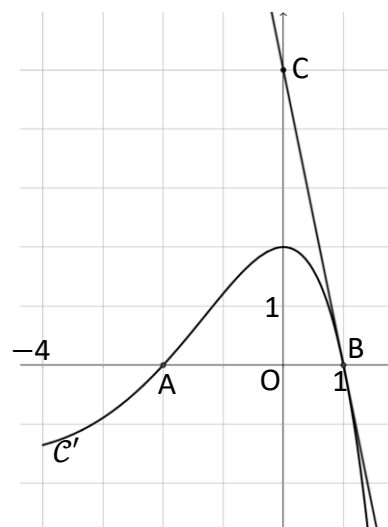
```
def valeurs() :  
    u = 2  
    v = 1  
    for k in range(1,11) :  
        c = u  
        u = u+3*v  
        v = c+v  
    return (u,v)
```

Ce programme renvoie :

- a. u_{11} et v_{11} ;
- b. u_{10} et v_{11} ;
- c. les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10 ;
- d. u_{10} et v_{10} .

Pour les questions 4. et 5., on considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4; 2]$. On note f' la fonction dérivée de f et f'' la dérivée seconde de f .

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan. On donne de plus les points $A(-2; 0)$, $B(1; 0)$ et $C(0; 5)$.



4. La fonction f est :

- a. concave sur $[-2; 1]$; b. convexe sur $[-4; 0]$;
c. convexe sur $[-2; 1]$; d. convexe sur $[0; 2]$.

5. On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}'$ au point B.

On a :

- a. $f'(1) < 0$; b. $f'(1) = 5$;
c. $f''(1) > 0$; d. $f''(1) = -5$.

6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 1)e^x$.

La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$ est définie par :

- a. $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x$; b. $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x - 2$;
c. $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)e^x + 1$; d. $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)e^x$.

Exercice 3 (7 points)

Thèmes : fonction logarithme, suites

Les parties B et C sont indépendantes.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - x \ln x$, où $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.

Partie A

- Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.
- Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
- On admet que la fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
 - Démontrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $f'(x) = -\ln x$.
 - En déduire les variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$ et dresser son tableau de variation.
- Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur $]0; +\infty[$.