

Partie C

On désigne par n un entier naturel non nul.

On s'intéresse à une chaîne de transmission de l'information composée de n relais.

On considère l'évènement A_n : « le message reçu par le n -ième relais est sans erreur ».

On note p_n la probabilité que le message reçu au n -ième relais soit sans erreur.

On a ainsi $p_n = P(A_n)$ et $p_1 = 0,96$.

On admet que pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$p_{n+1} = 0,59p_n + 0,35.$$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $p_{n+1} \leq p_n$.
2. Montrer que la suite (p_n) est convergente.
3. Déterminer la valeur exacte de sa limite.

Exercice 2 (5 points)

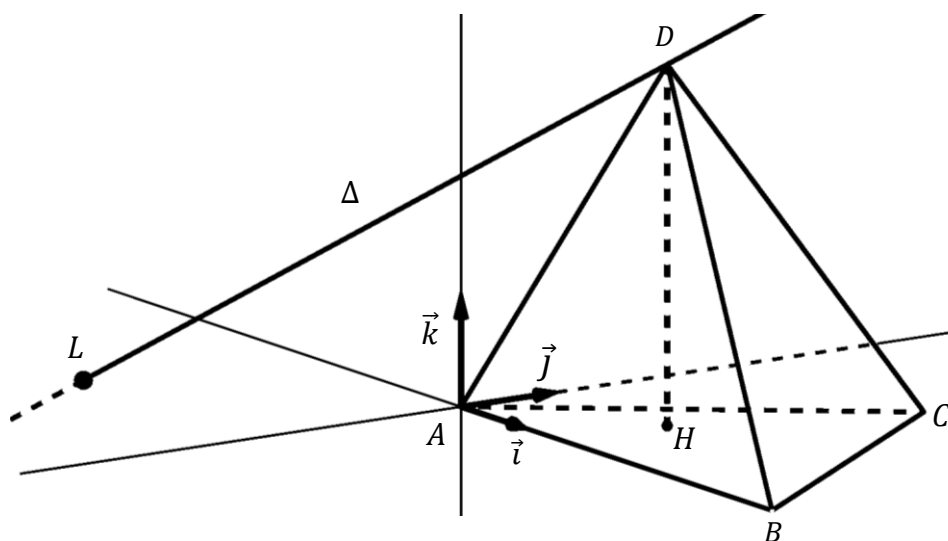
Dans une salle d'escalade, un nouveau module en forme de tétraèdre, destiné à être posé au sol, est en cours de fabrication. Ce module servira à créer des plans inclinés.

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'unité est le mètre.

On considère les trois points suivants : $B\left(\frac{9}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(\frac{9}{4}; 3; 0\right)$ et $D\left(\frac{3}{2}; 1; 3\right)$.

On modélise le module par le tétraèdre $ABCD$.

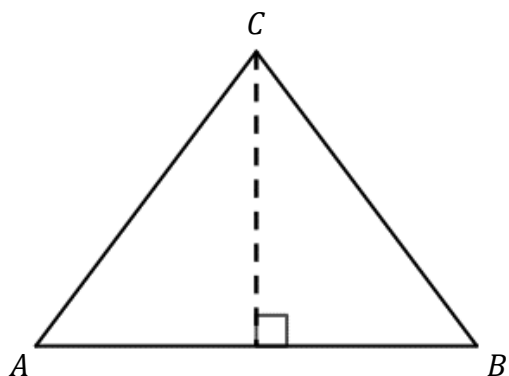
On souhaite analyser ce module pour des raisons de construction et de sécurité.



Partie A

1. On représente ci-contre le triangle ABC et sa hauteur issue de C .

- a. Montrer que le triangle ABC est isocèle en C .
- b. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $6,75 \text{ m}^2$.



2.

- a. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $z = 0$.
- b. Montrer que le point $H\left(\frac{3}{2}; 1; 0\right)$ est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) .

3. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$ où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur relative à la base $\mathcal{B}$.

En déduire le volume du module.

Partie B

1. On considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- a. Montrer que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (BCD) .
- b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (BCD) est :

$$4x + 3y + 3z - 18 = 0.$$
- c. Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (BCD) et passant par D .

2. On admet que la droite Δ et le plan (ABC) sont sécants et on désigne par L leur point d'intersection.

Montrer que L a pour coordonnées $\left(-\frac{5}{2}; -2; 0\right)$.

3. Le module est considéré adapté aux débutants si l'angle $\widehat{LDH}$ est strictement inférieur à 60° .

Montrer que ce module est adapté aux débutants.