

EXERCICE 3 commun à tous les candidats (5 points)

Un sac contient les huit lettres suivantes : A B C D E F G H (2 voyelles et 6 consonnes).

Un jeu consiste à tirer simultanément au hasard deux lettres dans ce sac. On gagne si le tirage est constitué d'une voyelle et d'une consonne.

1. Un joueur extrait simultanément deux lettres du sac.
 - (a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - (b) Déterminer la probabilité que le joueur gagne à ce jeu.

Les questions 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la probabilité que le joueur gagne est égale à $\frac{3}{7}$.

2. Pour jouer, le joueur doit payer k euros, k désignant un entier naturel non nul.
Si le joueur gagne, il remporte la somme de 10 euros, sinon il ne remporte rien.
On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur (c'est-à-dire la somme remportée à laquelle on soustrait la somme payée).
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de G .
 - (b) Quelle doit être la valeur maximale de la somme payée au départ pour que le jeu reste favorable au joueur ?
3. Dix joueurs font chacun une partie. Les lettres tirées sont remises dans le sac après chaque partie.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de joueurs gagnants.
 - (a) Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
 - (b) Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'il y ait exactement quatre joueurs gagnants.
 - (c) Calculer $P(X \geq 5)$ en arrondissant à 10^{-3} . Donner une interprétation du résultat obtenu.
 - (d) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $P(X \leq n) \geq 0,9$.