

Exercice 3 (7 points)**Thèmes : Fonction exponentielle et suite****Partie A :**

Soit h la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par

$$h(x) = e^x - x$$

- 1- Déterminer les limites de h en $-\infty$ et $+\infty$.
- 2- Étudier les variations de h et dresser son tableau de variation.
- 3- En déduire que :
si a et b sont deux réels tels que $0 \leq a \leq b$ alors $h(a) - h(b) \leq 0$.

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par

$$f(x) = e^x$$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1- Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.

Dans la suite de l'exercice on s'intéresse à l'écart entre T et C_f au voisinage de 0. Cet écart est défini comme la différence des ordonnées des points de T et C_f de même abscisse.

On s'intéresse aux points d'abscisse $\frac{1}{n}$, avec n entier naturel non nul.

On considère alors la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par :

$$u_n = \exp\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n} - 1$$

- 2- Déterminer la limite de la suite (u_n) .
- 3- a- Démontrer que, pour tout entier naturel non nul n ,

$$u_{n+1} - u_n = h\left(\frac{1}{n+1}\right) - h\left(\frac{1}{n}\right)$$

où h est la fonction définie à la partie A.

- b- En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

4- Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées à 10^{-9} des premiers termes de la suite (u_n) .

n	u_n
1	0,718281828
2	0,148721271
3	0,062279092
4	0,034025417
5	0,021402758
6	0,014693746
7	0,010707852
8	0,008148453
9	0,006407958
10	0,005170918

Donner la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle l'écart entre T et C_f semble être inférieur à 10^{-2} .

Exercice 4 (7 points)

Thème : Probabilités

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.

Partie A

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par A l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».

On désigne par B l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».

On note respectivement $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires de A et B .