

Exercice 3 (5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ et $C(-2; -5; 1)$.

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Vérifier que le plan (ABC) a pour équation cartésienne :
$$-x + y - 2z + 5 = 0$$
4. On considère le point $S(1; -2; 4)$.
Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) , passant par S et orthogonale au plan (ABC).
5. On appelle H le point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).
Montrer que les coordonnées de H sont $(0; -1; 2)$.
6. Calculer la valeur exacte de la distance SH.
7. On considère le cercle $\mathcal{C}$, inclus dans le plan (ABC), de centre H, passant par le point B. On appelle $\mathcal{D}$ le disque délimité par le cercle $\mathcal{C}$.
Déterminer la valeur exacte de l'aire du disque $\mathcal{D}$.
8. En déduire la valeur exacte du volume du cône de sommet S et de base le disque $\mathcal{D}$.

Exercice 4 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Les cinq questions sont indépendantes.

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que 4 % des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.

On choisit au hasard n pièces produites par la chaîne de fabrication. Le nombre de pièces produites est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses tirées.

Dans les trois questions suivantes, on prend $n = 50$.