

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction f définie sur $]0 ; 8]$ par

$$f(x) = \frac{10 \ln(-x^2 + 7x + 9)}{x}$$

Soit C_f la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'inéquation $-x^2 + 7x + 8 \geq 0$.
2. En déduire que pour tout $x \in]0 ; 8]$, on a $f(x) \geq 0$.
3. Interpréter graphiquement ce résultat.

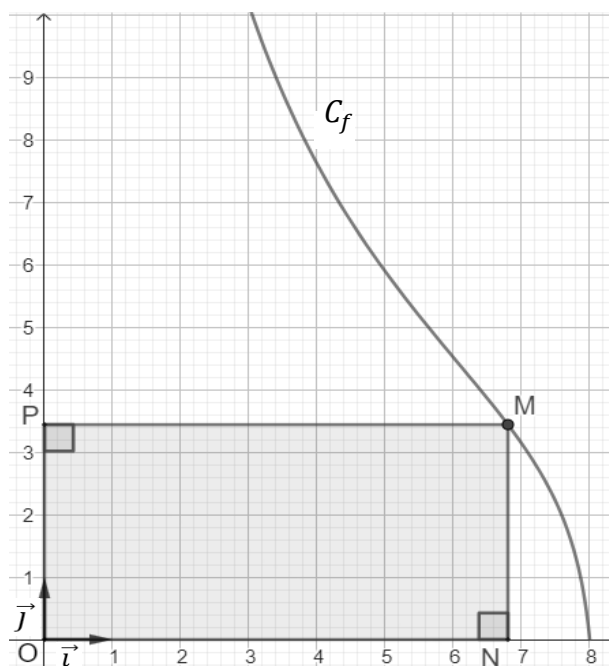
Partie B

La courbe C_f est représentée ci-dessous.

Soit M le point de C_f d'abscisse x avec $x \in]0 ; 8]$.

On appelle N et P les projetés orthogonaux du point M respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

Dans cette partie, on s'intéresse à l'aire $A(x)$ du rectangle $ONMP$.



1. Donner les coordonnées des points N et P en fonction de x .
2. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; 8]$,
$$A(x) = 10 \ln(-x^2 + 7x + 9)$$
3. Existe-t-il une position du point M pour laquelle l'aire du rectangle $ONMP$ est maximale ? Si elle existe, déterminer cette position.

Partie C

On considère un réel strictement positif k .

On souhaite déterminer la plus petite valeur de x , approchée au dixième, appartenant à $[3,5 ; 8]$ pour laquelle l'aire $A(x)$ devient inférieure ou égale à k .

Pour ce faire, on considère l'algorithme ci-dessous.

Pour rappel, en langage Python, $\ln(x)$ s'écrit `log(x)`.

```
1 from math import *
2
3 def A(x):
4     return 10*log(-1 * x**2 + 7*x + 9)
5
6 def pluspetitevaleur(k):
7     x = 3.5
8     while A(x).....:
9         x = x + 0.1
10    return .....
```

1. Recopier et compléter les lignes 8 et 10 de l'algorithme.
2. Quel nombre renvoie alors l'instruction `pluspetitevaleur(30)` ?
3. Que se passe-t-il lorsque $k = 35$? Justifier.