

Partie C : calcul intégral

1. Étudier le signe de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
2. Interpréter graphiquement l'intégrale :

$$I = \int_2^4 f(x)dx.$$

3. On admet dans cette question que, pour tout nombre réel $x \in [2; 4]$, on a l'encadrement :

$$0,5x - 1 \leq f(x) \leq 0,25x + 0,25.$$

En déduire l'encadrement :

$$1 \leq I \leq 2.$$

Exercise 4 (5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
f	5		3	1

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its behavior on intervals defined by critical points $x = -\infty, -2, 1, +\infty$.

The function values at the boundaries are:

- At $x = -\infty$, $f(x) = 5$.
- At $x = -2$, $f(x) = -\infty$.
- At $x = 1$, $f(x) = 3$.
- At $x = +\infty$, $f(x) = 1$.

The function is increasing on the interval $(-\infty, -2)$ and decreasing on the interval $(-2, 1)$. It is increasing on the interval $(1, +\infty)$.

a. Affirmation 1 :

La droite d'équation $y = -2$ est asymptote horizontale à la courbe C_f de la fonction f .

b. Affirmation 2:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{f(x)-5} = +\infty.$$

- 2.** On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^{-x}$.

a. Affirmation 3 :

Le point $A\left(2; \frac{2}{e^2}\right)$ est l'unique point d'inflexion de la courbe C_g de la fonction g .

b. Affirmation 4 :

Pour tout nombre réel x appartenant à $] -\infty; 2[$, on a $g(x) \leq x$.

3. Affirmation 5 :

L'équation $x \ln(x) = 1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0; +\infty[$.