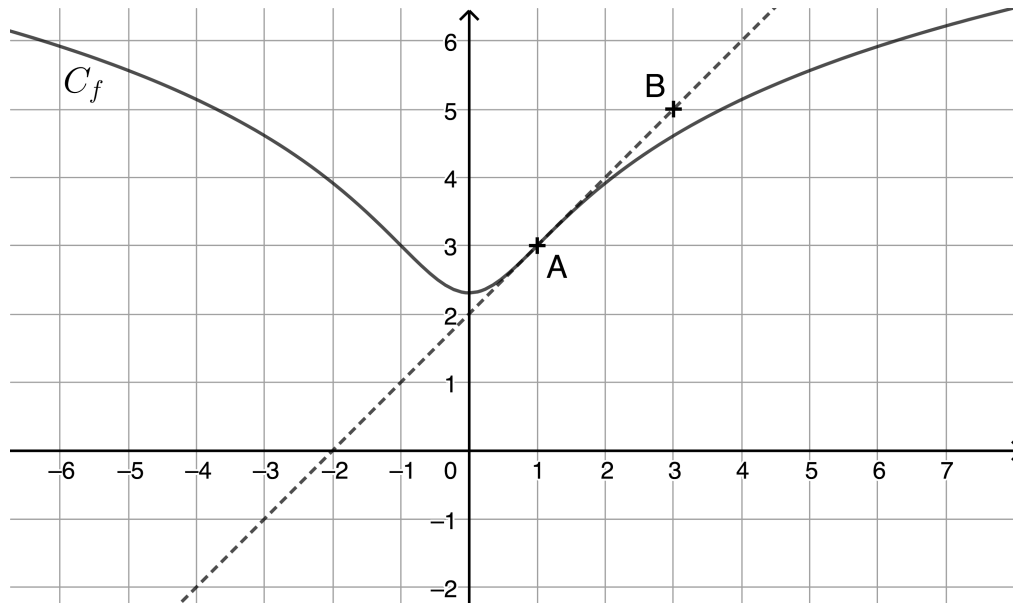


EXERCICE 4 (7 points)

Principaux domaines abordés :
Étude des fonctions.
Fonction logarithme.

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbf{R}$. On considère les points $A(1 ; 3)$ et $B(3 ; 5)$.
On donne ci-dessous C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan, ainsi que la tangente (AB) à la courbe C_f au point A.



Les trois parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
2. La fonction f est définie par l'expression $f(x) = \ln(ax^2 + 1) + b$, où a et b sont des nombres réels positifs.
 - (a) Déterminer l'expression de $f'(x)$.
 - (b) Déterminer les valeurs de a et b à l'aide des résultats précédents.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + 1) + 3 - \ln(2)$.

1. Montrer que f est une fonction paire.
2. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbf{R}$.
Dresser le tableau des variations de f en y faisant figurer la valeur exacte du minimum ainsi que les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
4. À l'aide du tableau des variations de f , donner les valeurs du réel k pour lesquelles l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3 + \ln 2$

Partie C

On rappelle que la fonction f est définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + 1) + 3 - \ln(2)$.

1. Conjecturer, par lecture graphique, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe C_f .
2. Montrer que, pour tout nombre réel x , on a : $f''(x) = \frac{2(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}$.
3. En déduire le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe.