

4. Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$, avec t réel.

Les droites (BC) et Δ sont :

- a. confondues
 - b. strictement parallèles
 - c. sécantes
 - d. non coplanaires
5. On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $2x - y + 2z - 6 = 0$.
- On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
- On peut affirmer que :
- a. les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont strictement parallèles
 - b. les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB)
 - c. les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AC)
 - d. les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (BC)

Exercice 4 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{11}{u_n} \right)$$

On admet que la suite (u_n) est bien définie.

Partie A – Étude de la suite (u_n)

- 1. Donner u_1 et u_2 sous forme de fractions irréductibles.
- 2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{11}{x} \right)$$

Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[\sqrt{11} ; +\infty[$.

- 3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , on a : $u_n \geq u_{n+1} \geq \sqrt{11}$.
- 4. En déduire que la suite (u_n) converge vers une limite réelle. On note a cette limite.
- 5. Après avoir déterminé et résolu une équation dont a est solution, préciser la valeur exacte de a .

Partie B – Application géométrique

Pour tout entier naturel n , on considère un rectangle R_n d'aire 11 dont la largeur est notée ℓ_n et longueur L_n .

La suite (L_n) est définie par $L_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n ,

$$L_{n+1} = \frac{L_n + \ell_n}{2}$$

1. a. Expliquer pourquoi $\ell_0 = 2,2$.
b. Établir que pour tout entier naturel n ,

$$\ell_n = \frac{11}{L_n}.$$

2. Vérifier que la suite (L_n) correspond à la suite (u_n) de la **partie A**.
3. Montrer que pour tout entier naturel n , on a $\ell_n \leq \sqrt{11} \leq L_n$.
4. On admet que les suites (L_n) et (ℓ_n) convergent toutes les deux vers $\sqrt{11}$.
Interpréter géométriquement ce résultat dans le contexte de la **partie B**.
5. Voici un script, écrit en langage Python, relatif aux suites étudiées dans cette partie :

```
1 def heron(n):  
2     L=5  
3     ℓ=2.2  
4     for i in range(n):  
5         L=(L+ℓ)/2  
6         ℓ=11/L  
7     return round(ℓ,6),round(L,6)
```

On rappelle que la fonction Python `round(x,k)` renvoie une version arrondie du nombre x avec k décimales.

- a. Si l'utilisateur tape `heron(3)` dans une console d'exécution Python, qu'obtient-il comme valeurs de sortie pour ℓ et L ?
- b. Donner une interprétation de ces deux valeurs.