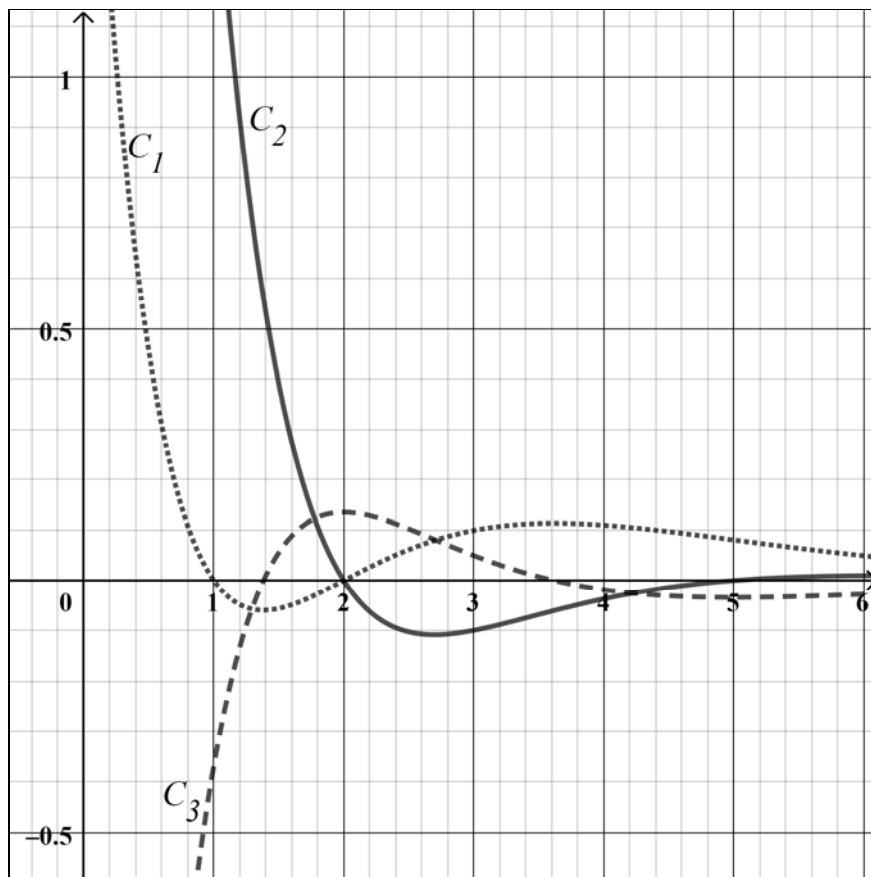


Exercice 4 (6 points)

Partie A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé trois courbes C_1 , C_2 et C_3 .

Les courbes correspondent aux représentations graphiques de trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$: une fonction f , sa dérivée f' et sa dérivée seconde f'' .



Associer chacune des fonctions f , f' et f'' à sa courbe représentative. *Aucune justification n'est attendue.*

Partie B

On considère l'équation différentielle (E) définie par $y' + y = (2x - 3)e^{-x}$ où y est une fonction de la variable réelle x .

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^2 - 3x)e^{-x}$.
Démontrer que la fonction g est une solution particulière de l'équation différentielle (E) .
2. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' + y = 0$.
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .
4. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) telle que $f(0) = 2$.

Partie C

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x}(x^2 - 3x + 2)$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Étudier le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. a. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
b. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

3. On note I l'intégrale définie par :

$$I = \int_0^1 f(x) \, dx$$

- a. À l'aide de deux intégrations par parties successives, démontrer que $I = 1 - \frac{1}{e}$.
- b. Interpréter graphiquement ce résultat.

Partie D

On considère un réel a .

On note (T_a) la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a .

1. Démontrer que le point d'intersection de la tangente (T_a) et de l'axe des ordonnées a pour ordonnée $(a^3 - 4a^2 + 2a + 2)e^{-a}$.
2. Déterminer le nombre de tangentes à la courbe C_f passant par l'origine du repère.
Le candidat explicitera les étapes de la démarche utilisée.