

Exercice 3 (5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm, on considère les points

$$D(3 ; 1 ; 5) \quad E(3 ; -2 ; -1) \quad F(-1 ; 2 ; 1) \quad G(3 ; 2 ; -3).$$

- 1) a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FG}$.
b) Justifier que les points E, F et G ne sont pas alignés.
- 2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FG).
b) On appelle H le point de coordonnées (2 ; 2 ; -2).
Vérifier que H est le projeté orthogonal de E sur la droite (FG).
c) Montrer que l'aire du triangle EFG est égale à 12 cm².
- 3) a) Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (EFG).
b) Déterminer une équation cartésienne du plan (EFG).
c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point D et orthogonale au plan (EFG).
d) On note K le projeté orthogonal du point D sur le plan (EFG).
À l'aide des questions précédentes, calculer les coordonnées du point K.
- 4) a) Vérifier que la distance DK est égale à 5 cm.
b) En déduire le volume du tétraèdre DEFG.

Exercice 4 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Les cinq questions sont indépendantes.

- 1) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]1 ; +\infty[$ par $f(x) = 0,05 - \frac{\ln x}{x-1}$.
La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :
 - a) $+\infty$
 - b) 0,05
 - c) $-\infty$
 - d) 0

2) On considère une fonction h continue sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ telle que :

$$h(-1) = 0 \qquad h(1) = 4 \qquad h(3) = -1$$

On peut affirmer que :

- a) la fonction h est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 1]$.
- b) la fonction h est positive sur l'intervalle $[-1 ; 1]$.
- c) il existe au moins un nombre réel a dans l'intervalle $[1 ; 3]$ tel que $h(a) = 1$.
- d) l'équation $h(x) = 1$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-2 ; 4]$.

3) On considère deux suites (u_n) et (v_n) à termes strictement positifs telles que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \text{ et } (v_n) \text{ converge vers } 0.$$

On peut affirmer que :

- a) la suite $\left(\frac{1}{v_n}\right)$ converge.
- b) la suite $\left(\frac{v_n}{u_n}\right)$ converge.
- c) la suite (u_n) est croissante.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n)^n = -\infty$

4) Pour participer à un jeu, un joueur doit payer 4 €.

Il lance ensuite un dé équilibré à six faces :

- s'il obtient 1, il remporte 12 € ;
- s'il obtient un nombre pair, il remporte 3 € ;
- sinon, il ne remporte rien.

En moyenne, le joueur :

- a) gagne 3,5 €.
- b) perd 3 €.
- c) perd 1,5 €.
- d) perd 0,5 €.

5) On considère la variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(3 ; p)$.

On sait que $P(X = 0) = \frac{1}{125}$. On peut affirmer que :

- a) $p = \frac{1}{5}$
- b) $P(X = 1) = \frac{124}{125}$
- c) $p = \frac{4}{5}$
- d) $P(X = 1) = \frac{4}{5}$