

EXERCICE 3 – LE JAVELOT TIR SUR CIBLE (5 points)

Le « javelot tir sur cible » est un jeu populaire du nord de la France dans lequel le joueur envoie deux javelots (sortes de grosses fléchettes) sur une cible verticale en se plaçant à 8 m de celle-ci. La cible est composée de deux cercles concentriques : un rouge à l'extérieur et un blanc au centre.

D'après « jeuxpicards.org »



L'objectif de cet exercice est d'étudier la trajectoire du javelot lors d'un lancer.

On s'intéresse au mouvement du javelot assimilé à un point matériel M lorsque le joueur le lance. L'étude est réalisée dans un référentiel terrestre supposé galiléen. Le mouvement a lieu dans le plan (xOz) présenté sur la **Figure 1**. Les forces de frottements et la poussée d'Archimède sont négligées tout au long de l'exercice. Lorsque le javelot, de masse m , quitte la main du joueur, son centre de masse se situe en M_0 à une hauteur H par rapport au sol avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ qui forme un angle α avec l'horizontale.

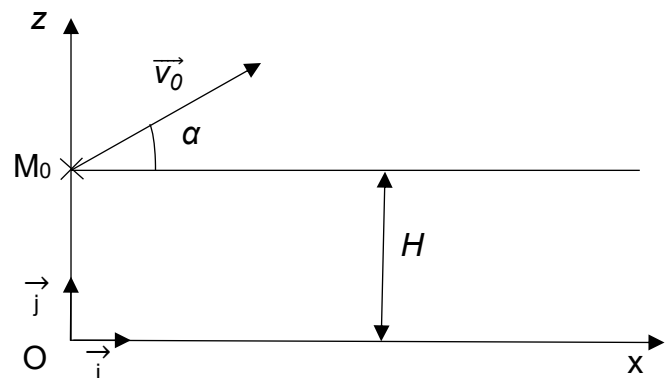


Figure 1. Schéma du lancer de javelot

Données :

- Masse du javelot : $m = 300 \text{ g}$;
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
- Distance entre le lanceur et la cible : $d = 8 \text{ m}$.

Q1. Énoncer la deuxième loi de Newton et l'appliquer en effectuant un bilan des forces qui s'exercent sur le système au cours du lancer de javelot.

Q2. Déterminer l'expression des coordonnées $a_x(t)$ et $a_z(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du point M au cours du temps.

Q3. Déterminer l'expression des coordonnées $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du point M au cours du temps.

Q4. Montrer que les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$ du point M au cours du temps ont pour expression :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 (\cos \alpha) t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 (\sin \alpha) t + H \end{cases}$$

Q5. Démontrer que la trajectoire du point M au cours du temps a pour trajectoire :

$$z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x + H$$

Le lancer d'un joueur est enregistré et les positions prises par le javelot au cours du temps sont pointées. Un programme Python permet de modéliser la trajectoire du javelot (**Figure 2**).

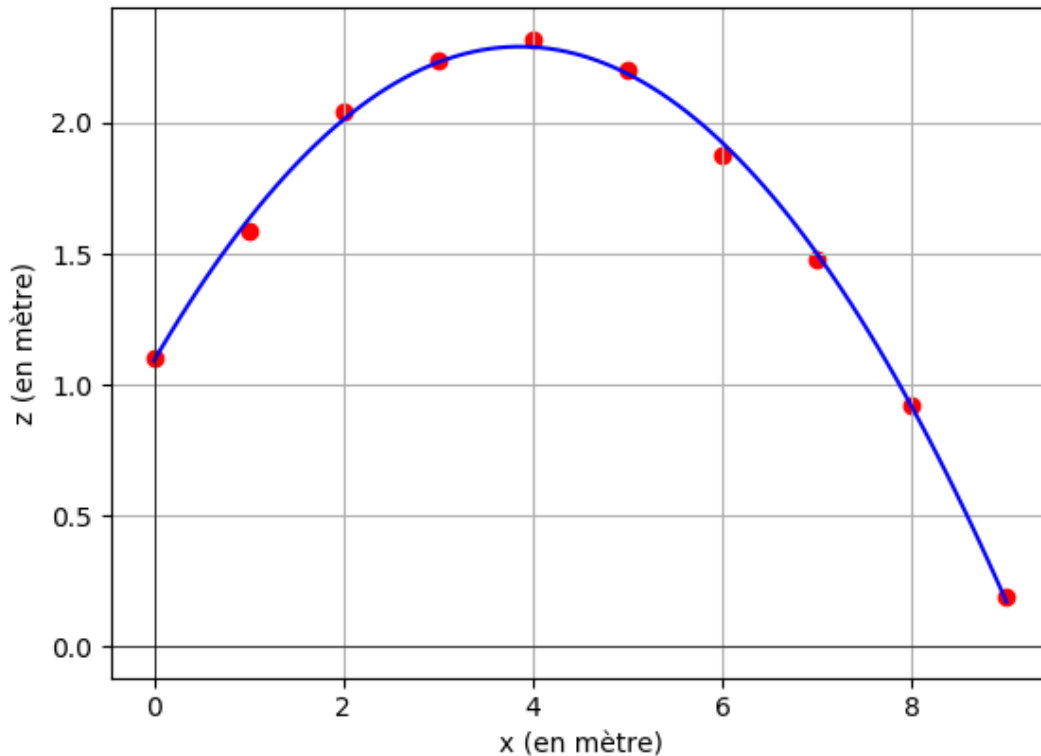


Figure 2. Trajectoire du javelot

La trajectoire du javelot est modélisée par une courbe d'équation :

$$z = -0,081 x^2 + 0,62 x + 1,1$$

dans laquelle les paramètres z et x sont exprimés en m.

Q6. Dédurre de cette modélisation la hauteur initiale H du javelot à l'instant du lancer à $t = 0$.

Q7. Montrer que l'angle avec lequel le javelot a été lancé par rapport à l'horizontale vaut $\alpha = 32^\circ$ et que la vitesse initiale du lancer est de $v_0 = 9,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le centre de la cible se situe à 85 cm du sol :

Quand le javelot se plante dans le cercle blanc mesurant 6 cm de diamètre, le joueur reçoit 2 points. Quand le javelot se plante dans la couronne circulaire mesurant 21 cm de diamètre extérieur et 6 cm de diamètre intérieur, le joueur reçoit 1 point.

Q8. En utilisant l'équation modélisant la trajectoire, déterminer le nombre de points marqués par le joueur.