

Exercice 3 – Surveillance de la fonte des glaces (6 points)

L'attraction qu'exerce la Terre sur les objets peut être utilisée pour obtenir des informations précieuses sur la Terre elle-même. La mission spatiale GRACE (pour Gravity Recovery And Climate Experiment) a pour but d'étudier par satellite les variations temporelles du champ de gravitation afin d'évaluer les grands mouvements de matière dans la Terre, notamment de l'eau. À cette fin, deux satellites jumeaux sont placés en orbite basse avec la même trajectoire quasi-circulaire sur laquelle ils sont séparés par une distance moyenne de 220 km.

L'objectif de l'exercice est de comprendre comment un tel couple de satellites en orbite permet de surveiller la fonte des glaces à la surface du globe terrestre.

Les mouvements des satellites sont étudiés dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

1. Un satellite autour de la Terre

Données :

- constante universelle de gravitation $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse de la Terre $M_T = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- rayon moyen de la Terre $R_T = 6371 \text{ km}$;
- masse d'un satellite $m = 500 \text{ kg}$;
- altitude de l'orbite des satellites $h = 490 \text{ km}$.

La Terre est considérée sphérique et homogène. Dans cette partie, on considère un seul des deux satellites de la mission GRACE, uniquement soumis à l'attraction gravitationnelle de la Terre et dont la trajectoire est circulaire.

Q1. Représenter sur un schéma :

- la Terre de centre T ;
- le satellite S à un instant quelconque, considéré comme un point matériel ;
- le repère de Frenet (S ; $\vec{u}_T, \vec{u}_N$) ;
- le sens du mouvement.

Q2. Exprimer, dans le repère de Frenet, la force $\vec{F}$ exercée par la Terre de centre T sur le satellite S de masse m , en fonction notamment de l'altitude h du satellite, définie par $h = d_{TS} - R_T$, avec d_{TS} la distance Terre-Satellite.

Q3. Représenter sans souci d'échelle, le vecteur force $\vec{F}$ sur le schéma de la question Q1.

Q4. Montrer que l'expression du vecteur accélération du satellite dans le référentiel géocentrique est :

$$\vec{a} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N$$

Q5. En déduire l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite. Justifier que cette vitesse est constante au cours du mouvement.

Q6. Montrer que l'expression de la période de révolution T du satellite peut s'écrire :

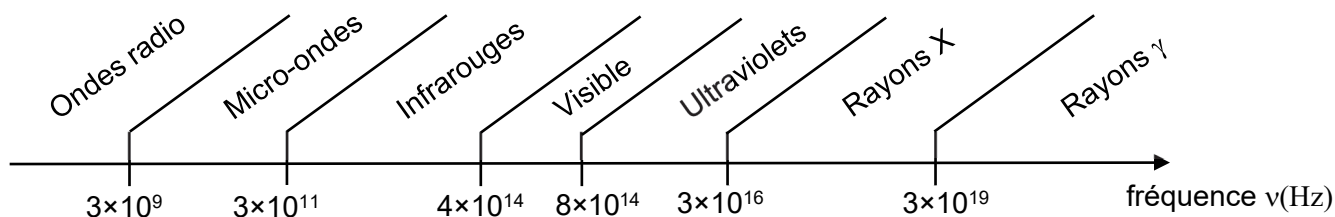
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

Q7. Calculer la période de révolution T du satellite.

2. Détection d'un objet massif par un couple de satellites

Données :

- valeur de la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- différents domaines des ondes électromagnétiques :



On considère désormais le passage du satellite près d'un objet massif comme une montagne ou un iceberg. L'objet est modélisé par une masse ponctuelle située en un point M, comme présenté sur la figure de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE**.

En première approximation, la perturbation du champ gravitationnel par l'objet est faible : on peut considérer qu'elle ne modifie pas la forme de la trajectoire des satellites qui reste circulaire de même rayon que dans la partie précédente. En revanche, la présence de l'objet induit une variation mesurable de la vitesse des satellites dans le référentiel géocentrique.

Q8. Représenter sans se soucier des échelles sur la figure de l'**ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE** pour chaque position A, B et C du satellite :

- la force $\vec{F}_1$ qu'exerce la Terre T sur le satellite S ;
- la force $\vec{F}_2$ qu'exerce l'objet massif M sur le satellite S ;
- la vitesse $\vec{v}$ du satellite.

Q9. Justifier que le travail de la force $\vec{F}_1$ est nul entre les points A et C.

Q10. Justifier que le travail de la force $\vec{F}_2$ est positif entre les points A et B puis négatif entre les points B et C.

Q11. En déduire que la valeur de la vitesse du satellite augmente jusqu'au point B et diminue ensuite.

Les deux satellites jumeaux de la mission GRACE se suivent. Pour mesurer leur distance relative, chaque satellite envoie à son jumeau une onde électromagnétique de longueur d'onde de l'ordre de 10^{-2} m .

Q12. Déterminer à quel domaine appartient l'onde utilisée par les satellites de GRACE.

La figure 1 présente 3 couples de graphes qui proposent une représentation de l'évolution de la vitesse de chaque satellite et leur distance relative au cours du temps lors du passage au-dessus de l'objet massif.

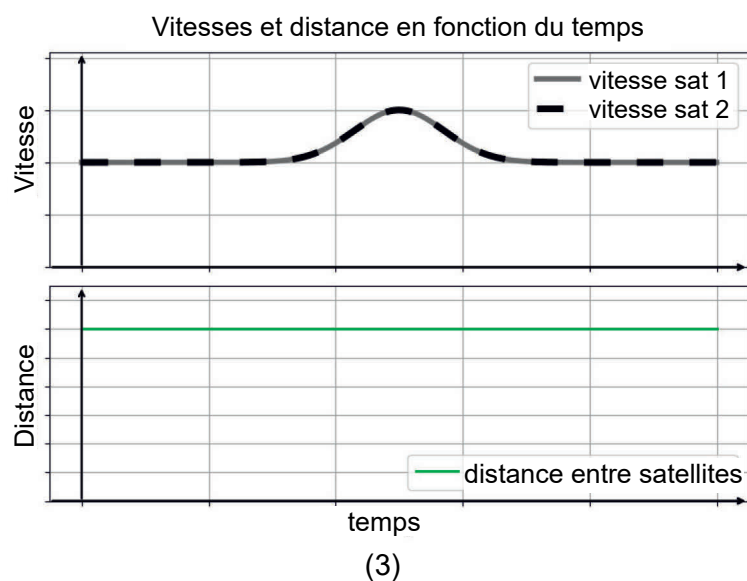
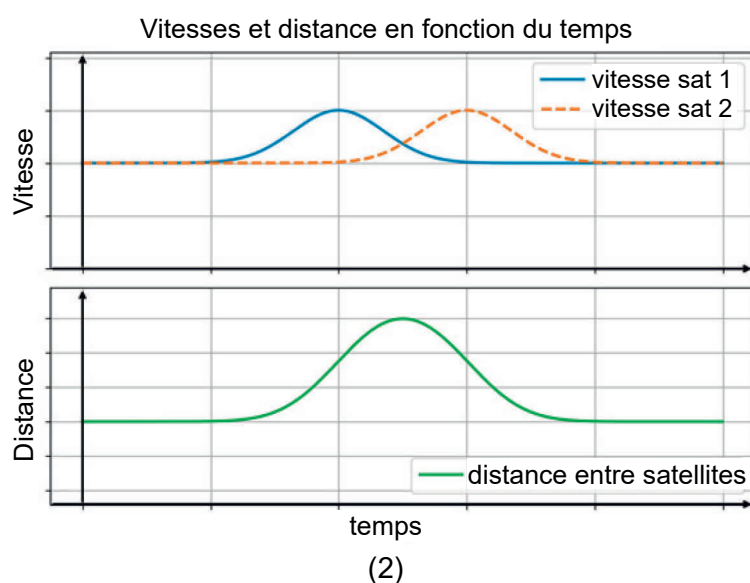
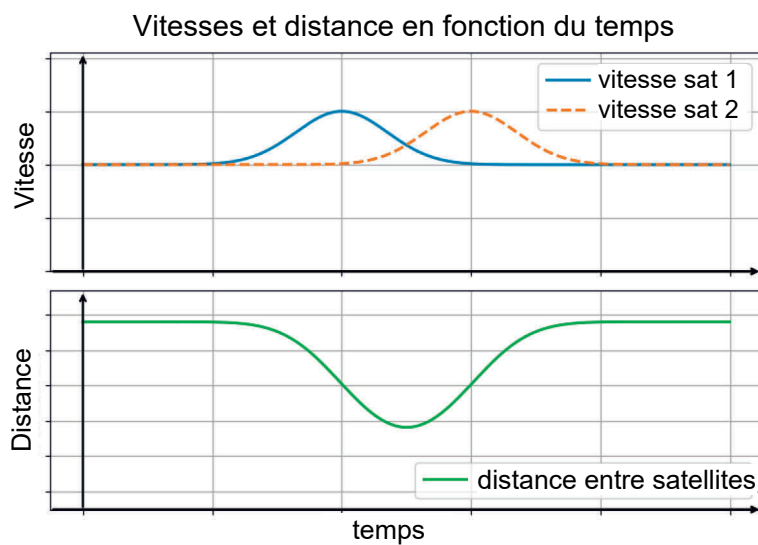


Figure 1. Propositions de représentation de l'évolution de la vitesse des satellites et de leur distance relative lors du passage au-dessus de l'objet massif

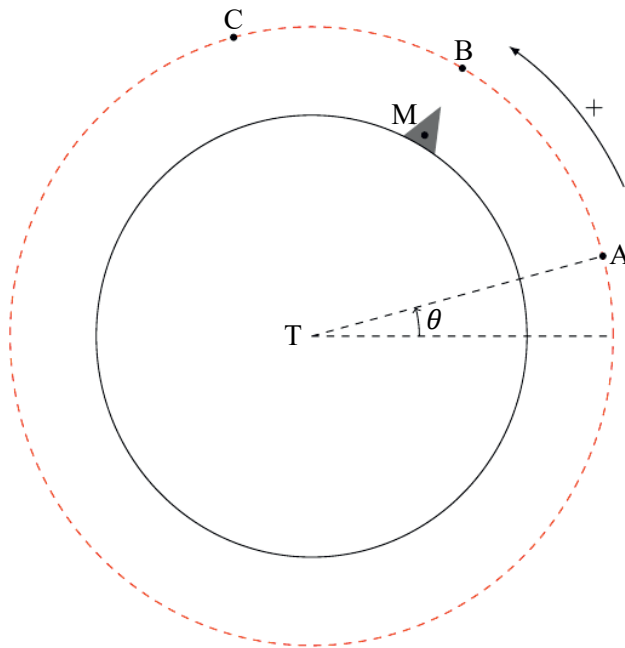
Q13. Choisir, en justifiant, parmi les propositions (1), (2) et (3), celle qui décrit de façon correcte l'évolution des vitesses des satellites et de leur distance relative dans cette modélisation.

La mesure de la distance entre les deux satellites de la mission GRACE peut ainsi être exploitée pour mettre en évidence la modification locale de la distribution des masses à la surface de la Terre, par exemple du fait de la fonte des glaces continentales de l'Antarctique.

Q14. Préciser, en justifiant, si cette méthode de mesure nécessite que les deux satellites aient la même masse.

Q15. Indiquer l'effet de la fonte progressive des glaces sur la masse de l'Antarctique. En déduire comment varie, sur plusieurs années, la distance maximale séparant les deux satellites lors de leurs passages au-dessus de ce continent.

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE



Modélisation de la présence d'un objet massif à la surface de la Terre assimilée à une sphère homogène