

Antilles-Guyane 2026 CORRECTION Nathalie Leclercq © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale STI2D	EXERCICE 3 : 4 points
VOIE : ☑ Générale	ENSEIGNEMENT : Physique-chimie
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54	CALCULATRICE AUTORISÉE : ☑ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3

Mathématiques Antilles-Guyane 2026

Question 1

1.

L'équation (E) : $y' = -2y + 90$ est une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -2$ et $b = 90$.

L'ensemble des solutions de (E) est donc l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}, \quad C \in \mathbb{R}.$$

$$y(x) = Ce^{-2x} - \frac{90}{-2}, \quad C \in \mathbb{R}.$$

$$y(x) = Ce^{-2x} + 45, \quad C \in \mathbb{R}.$$

2.

La courbe représentative de la solution cherchée passe par le point de coordonnées (0 ; 30), donc :

$$y(0) = 30$$

$$Ce^{-2 \times 0} + 45 = 30$$

$$C + 45 = 30$$

$$C = 30 - 45$$

$$C = -15.$$

La solution cherchée est donc la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = -15e^{-2x} + 45.$$

Question 2

Le point A appartient au cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 2, donc $|z_A| = 2$.

D'après la figure, A a pour abscisse 1 :

Or

$$1 = \frac{1}{2} \times 2$$

Donc

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

D'après la figure, A a pour ordonnée négative, donc :

$$\theta < 0$$

$$\theta = -\frac{\pi}{3}$$

La forme exponentielle de z_A est donc :

$$z_A = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}.$$

Question 3

1.

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ (le dénominateur e^x ne s'annulant jamais).

En écrivant $g(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = x + 2$ et $v(x) = e^x$, on a $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^x$, donc :

$$g'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1 \times e^x - (x + 2)e^x}{(e^x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^x(1 - (x + 2))}{(e^x)^2}$$

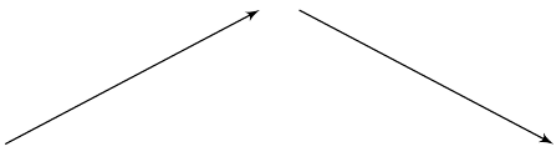
$$g'(x) = \frac{1 - x - 2}{e^x}$$

$$g'(x) = \frac{-1 - x}{e^x}.$$

2.

Pour tout réel x , $e^x > 0$, donc le signe de $g'(x)$ est celui de $-1 - x$.

$-1 - x > 0$, soit $x < -1$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$			

Ainsi :

- sur $] -\infty ; -1[$, $g'(x) > 0$ donc g est strictement croissante ;
- sur $] -1 ; +\infty[$, $g'(x) < 0$ donc g est strictement décroissante ;

Question 4

1.

$$A = \ln\left(\frac{e^4}{e^{-2}}\right)$$

$$A = \ln(e^4) - \ln(e^{-2})$$

$$A = 4 - (-2)$$

$$A = 4 + 2$$

$$A = 6$$

2.

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{8}{3}\right) = \ln\left(\frac{9}{4} \times \frac{8}{3}\right)$$

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{8}{3}\right) = \ln\left(\frac{72}{12}\right)$$

$$\ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{8}{3}\right) = \ln(6)$$